

Bachelorarbeit zur Erlangung des akademischen Grades Bachelor of Science
(B.Sc.)

Bachelor Bauingenieurwesen

Steifigkeitsberechnung eines Verbundrohrs unter variierenden Einbautiefen

1.Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ingo Weidlich, HafenCity Universität, Hamburg

2.Gutachter: Christian Steuck, Promovierender & Wissenschaftlicher
Mitarbeiter, HafenCity Universität, Hamburg

Vorgelegt von: Berk Tölle

Matrikelnummer: 6084420

Zeitraum: 08.06.2026 – 31.08.2026

Hamburg, den 31.08.2026

Inhaltsverzeichnis

I.	Abbildungs- und Tabellenverzeichnis.....	5
II.	Formelzeichen.....	7
1.	Einleitung	11
1.1	Motivation und Praxisbezug.....	11
1.2	Problemstellung.....	11
1.3	Zielsetzung und Leitfragen.....	11
1.4	Abgrenzung des Themas	12
1.5	Aufbau der Arbeit.....	12
2.	Grundlagen erdverlegter Verbundrohre	13
2.1	Fernwärmenetze und Anwendungsbereiche	13
2.2	Aufbau und Werkstoffe des Verbundrohrs	15
2.3	Mechanische Eigenschaften	16
2.3.1	Elastizitätsmodul	16
2.3.2	Rohr- bzw. Ringsteifigkeit	17
2.3.3	Systemsteifigkeit	17
2.4	Rohr-Boden-Interaktion	17
2.4.1	Lastabtragung im Rohr-Boden-System	18
2.4.2	Einfluss der Bodenkennwerte.....	20
2.4.3	Einfluss der Einbautiefe	22
3.	Berechnungsverfahren nach A 127	23
3.1	Einordnung und Anwendungsbereich	24
3.2	Lastannahmen.....	24
3.2.1	Erdlast.....	24
3.2.2	Verkehrslast	25
3.3	Bodenkennwerte und Bettung	26
3.4	Lastaufteilung und Steifigkeitskenngrößen.....	27
3.4.1	Rohrsteifigkeit.....	27
3.4.2	Konzentrationsfaktoren und vertikale Gesamtlast	28
3.4.3	Druckverteilung am Rohrumfang.....	29

3.5	Nachweisverfahren und Grenzwerte	29
3.5.1	Schnittgrößen, Spannungen, Dehnungen und Verformungen	29
3.5.2	Maßgebende Nachweise	31
3.6	Folgerungen für das Verbundrohr	32
3.6.1	Übertragbarkeit der einzelnen Verfahrensschritte	32
3.6.2	Auswertung der Spannungen	32
4.	Eingangsparameter	33
4.1	Betrachtetes Verbundrohr	33
4.2	Werkstoffkennwerte	34
4.3	Einbautiefen	35
4.4	Boden und Randbedingung der Verlegung	36
4.5	Zusammenstellung aller Eingangsgrößen	38
5.	Bestimmung der äquivalenten Steifigkeit des Verbundrohrs.....	40
5.1	Einordnung in die Theorie der Verbund- und Sandwichkonstruktionen	41
5.2	Idealisierung der Rohrwand	42
5.3	Untere Schranke: Schichten ohne Verbund	44
5.4	Obere Schranke: Starrer Verbund	45
5.5	Reales Verhalten: Teilverbund und Schubweichheit des Kerns	48
5.6	Äquivalente Rohrsteifigkeit	49
5.7	Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres	50
5.8	Einordnung biegesteif / biegeweich	51
5.9	Plausibilitätsprüfung	52
6.	Berechnung nach A 127.....	53
6.1	Berechnungsablauf	53
6.2	Lastermittlung	54
6.2.1	Erdlast	54
6.2.2	Verkehrslast	54
6.3	Bodenkennwerte und Bettung	56
6.4	Lastaufteilung und Steifigkeitswerte	56
6.4.1	Rohrsteifigkeit	56
6.4.2	Konzentrationsfaktoren und vertikale Gesamtlast	58

6.4.3	Druckverteilung am Rohrumfang.....	61
6.5	Nachweise	62
6.5.1	Schnittgrößen	62
6.5.2	Spannungen	66
6.5.3	Dehnungen	68
6.5.4	Verformungen.....	69
6.6	Maßgebende Nachweise.....	70
6.6.1	Spannungsnachweis	71
6.6.2	Dehnungsnachweis.....	74
6.6.3	Tragfähigkeitsnachweis.....	74
6.6.4	Verformungsnachweis	74
6.6.5	Stabilitätsnachweis	74
6.6.6	Zusammenfassung.....	75
7.	Auswertung.....	78
7.1	Einfluss der Einbautiefe	78
7.2	Einfluss der Kurzzeit- und Langzeitbetrachtung.....	80
7.3	Einordnung der Verbundwirkung	81
7.4	Bewertung der Nachweise.....	83
7.5	Grenzen des Modells	84
8.	Fazit und Ausblick.....	85
	Literaturverzeichnis.....	87
	Normen und Regelwerke	87
	Softwareverzeichnis.....	88
	Eidesstattliche Erklärung	Fehler! Textmarke nicht definiert.
	Erklärung zur Nutzung von ChatGPT und vergleichbaren KI-Anwendungen.....	89

I. Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abbildung 1: Prinzip eines Zweileiter-Fernwärmenetzes (eigene Darstellung)	13
Abbildung 2: Schematischer Querschnitt eines Verbundrohrs, nicht maßstäblich (eigene Darstellung)	15
Abbildung 3: Grabenquerschnitt des Fahrbahn-Boden-Rohr-Systems, nicht maßstäblich (eigene Darstellung mit Vorlage nach Kiesselbach Abb. 1 (S. 809))	18
Abbildung 4: Spannungsumlagerung bei biegesteifem (links) und biegeweichem (rechts) Rohr (eigene Darstellung, in Anlehnung an ATV-DVWK-A 127, 2020, Bild 7)	19
Abbildung 5: Definition der Überdeckungshöhe h und der Verlegetiefe Z , nicht maßstäblich (eigene Darstellung)	22
Abbildung 6: Qualitativer Verlauf von Erd- und Verkehrslast in Abhängigkeit der Überdeckungshöhe (eigene Darstellung)	23
Abbildung 7: Überschüttungsbedingungen A1 bis A4 mit zugehörigem Erddruckverhältnis und Wandreibungswinkel (eigene Darstellung, in Anlehnung an ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 18 und Tabelle 4)	25
Abbildung 8: Ausschnitt der Rohrwand als geschichteter Wandstreifen mit Blick in Richtung der Rohrachse, bezogen auf eine Breite von $b = 1$ mm senkrecht zur Zeichenebene (nicht maßstäblich, eigene Darstellung)	43
Abbildung 9: Vertikale Bodenspannungen in Scheitelhöhe (oben) und Systemsteifigkeit V_{RB} (unten) in Abhängigkeit der Überdeckungshöhe, starrer Verbund (eigene Darstellung)	80
Abbildung 10: Äquivalente Biegesteifigkeit $EI_{\text{äq}}$ der Grenzfälle, aufgeteilt nach Schichten in Eigenbiegesteifigkeit und Steiner-Anteil, mit Systemsteifigkeit V_{RB} nach Tabelle 7 (eigene Darstellung)	82
Abbildung 11: Ausnutzung der Nachweise in Abhängigkeit der Einbautiefe und des Zeitzustands, starrer Verbund (eigene Darstellung)	83
Tabelle 1: Zusammenstellung der Eingangsgrößen	39
Tabelle 2: Untere Schranke, schichtweise Darstellung	45
Tabelle 3: Obere Schranke, Kurzzeitbelastung (K)	47
Tabelle 4: Obere Schranke, Langzeitbelastung (L)	48
Tabelle 5: Äquivalente Rohrsteifigkeit	50
Tabelle 6: Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres	51
Tabelle 7: Systemsteifigkeit und Tragverhalten	51
Tabelle 8: Mittlere vertikale Bodenspannungen in Rohrscheitelebene	55
Tabelle 9: Zusammenstellung der Lastaufteilung und Druckverteilung, starrer Verbund	62
Tabelle 10: Momentenbeiwerte für Lagerungsfall I und 120° nach A 127 Tabelle T3 I	63
Tabelle 11: Normalkraftbeiwerte für Lagerungsfall I und 120° nach A 127 Tabelle T3 I	63
Tabelle 12: Überlagerung der Schnittgrößen, Langzeitnachweis $h = 4,0$ m	66
Tabelle 13: Schnittgrößen aller Rechenfälle (M in Nmm/mm, N in N/mm)	66
Tabelle 14: Zusammenstellung der Randspannungen in N/mm ²	67
Tabelle 15: Zusammenstellung der Randfaserdehnungen in %	69
Tabelle 16: Eingangswerte der Rohrsteifigkeit und der dazugehörigen Lastanteilen	69
Tabelle 17: Zusammenstellung der Verformungen	70

Tabelle 18: Tragverhalten und erforderliche Nachweise.....	70
Tabelle 19: Eingangparameter für die Berechnung der ideellen Querschnittswerte für Kurz- und Langzeit.....	71
Tabelle 20: Werkstoffbezogene Randspannungen in N/mm^2	72
Tabelle 21: Spannungsnachweis Stahl-Mediumrohr und PE-HD-Ummantelung; Spannungen in N/mm^2	73
Tabelle 22: Verformungsnachweise.....	74
Tabelle 23: Eingangswerte für den Stabilitätsnachweis	75
Tabelle 24: Stabilitätsnachweis	75
Tabelle 25: Übersicht der Nachweise, Kurzzeitzustand	76
Tabelle 26: Übersicht der Nachweise, Langzeitzustand.....	77
Tabelle 27: Maßgebende Nachweise	78

II. Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

<u>Zeichen</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Einheit</u>
a	relative Ausladung	-
a'	wirksame relative Ausladung	-
a_F	Korrekturfaktor Straßenverkehrslasten	-
a_i	Abstand der Schwerachse von der ideellen Biegeachse	mm
A	Fläche der Rohrwand	mm ² /mm
A_i	Querschnittsfläche der Schicht i	mm ² /mm
$A_{\text{innen}}, A_{\text{außen}}$	ideelle Querschnittsflächen bezogen auf Stahl, PE-HD	mm ² /mm
b	Grabenbreite in Höhe des Rohrscheitels	m
$c_{v,qv}, c_{v,qh}, c_{v,qh}^*$	Verformungsbeiwerte für die vertikale Verformung	-
$c_{h,qv}, c_{h,qh}, c_{h,qh}^*$	Verformungsbeiwerte für die horizontale Verformung	-
c_v^*	Beiwert für die vertikale Verformung	-
d_a	Rohraußendurchmesser	mm
d_i	Rohrinnendurchmesser	mm
d_m	mittlerer Rohrdurchmesser	mm
d_1, d_2, d_3	Außendurchmesser der Schichten 1 bis 3	mm
D_{Pr}	Verdichtungsgrad	%
E_R	Elastizitätsmodul des Rohrwerkstoffs	N/mm ²
E_i	Elastizitätsmodul der Schicht i	N/mm ²
$E_1 - E_4$	Verformungsmoduln der Bodenzonen 1 – 4	N/mm ²
E_{20}	Tabellenwert zur Berechnung von E_2	N/mm ²
$E_{\text{äq}}$	Elastizitätsmodul des homogenen Ersatzrohres	N/mm ²
$EA_{\text{äq}}$	äquivalente Dehnsteifigkeit des Verbundrohres	N/mm
$EI_{\text{äq}}$	äquivalente Biegesteifigkeit des Verbundrohres	Nmm ² /mm
f_1	Reduktionsfaktor für Kriechen des Bodens	-
f_2	Abminderungsfaktor für E_{20} bei Grundwasser	-
F_A, F_E	Hilfslasten	kN
F_N	Scheiteldruckkraft	kN/m

h	Überdeckungshöhe über Rohrscheitel	m
I	Flächenträgheitsmoment der Rohrwand	mm^4/mm
I_i	Flächenträgheitsmoment der Schicht i	mm^4/mm
K_1	Erddruckverhältnis in Bodenzone 1	-
K_2	Erddruckverhältnis in Bodenzone 2	-
K^*	Reaktionsdruckbeiwert	-
K'	Beiwert zur Ermittlung des Konzentrationsfaktors	-
$\text{krit } q_v$	kritische vertikale Gesamtlast	N/mm^2
m_{qv}	Momentenbeiwert	-
M_{qv}	Biegemoment	Nmm/mm
n_{qv}	Normalkraftbeiwert	-
N_{qv}	Normalkraft	N/mm
p	Bodenspannung infolge Verkehrslast	kN/m^2
p_E	Bodenspannung infolge Erdlast	kN/m^2
p_F	Näherung der maximalen Spannung nach Boussinesq	kN/m^2
p_v	Bodenspannung infolge Verkehrslast mit Stoßbeiwert	kN/m^2
p_f	Versagenswahrscheinlichkeit	-
q_h	Seitendruck infolge Erdlast	kN/m^2
q_h^*	horizontaler Bettungsreaktionsdruck	kN/m^2
q_v	vertikale Gesamtlast am Rohr	kN/m^2
r_A, r_E	Hilfsradien	m
r_i	Innenradius der Rohrwand	mm
r_m	Radius der Schwerachse der Rohrwand	mm
s, s_{ges}	Wanddicke	mm
s_i	Wanddicke der Schicht i	mm
S_R, S_0	Rohrsteifigkeit, bezogen auf r_m , bezogen auf d_m	N/mm^2
$S_{R,\ddot{a}q}, S_{0,\ddot{a}q}$	äquivalente Rohrsteifigkeit des Verbundrohres	N/mm^2
S_{0K}, S_{0L}	Rohrsteifigkeit bei Kurzzeit- bzw. Langzeitbelastung	N/mm^2
$\bar{S}_0$	gewichtete Rohrsteifigkeit	N/mm^2
S_{Bh}	horizontale Bettungssteifigkeit	N/mm^2

S_{Bv}	vertikale Bettungssteifigkeit	N/mm ²
V_{RB}	Systemsteifigkeit	-
V_S	Steifigkeitsverhältnis	-
W	Widerstandsmoment an der Rohrwand	mm ³ /mm
$W_{innen}, W_{außen}$	ideelle Widerstandsmomente bezogen auf Stahl, PE-HD	mm ³ /mm
z_i	Abstand der Schwerachse vom Innenrand der Rohrwand	mm
z_s	Lage ideellen Biegeachse vom Innenrand der Rohrwand	mm

Griechische Formelzeichen

<u>Zeichen</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Einheit</u>
2α	Auflagerwinkel	°
α_B	Abminderungsfaktor für E_{20}	-
α_k	Korrekturfaktor für die Krümmung	-
α_{ki}, α_{ka}	Korrekturfaktor für die innere bzw. äußere Krümmung	-
γ	Sicherheitsbeiwert	-
$\gamma_{vorh}, \gamma_{erf}$	vorhandener bzw. erforderlicher Sicherheitsbeiwert	-
γ_B	Wichte des Bodens	kN/m ³
$\gamma_{R,i}$	Wichte des Werkstoffs der Schicht i	kN/m ³
γ_W	Wichte des Wassers	kN/m ³
Δd_v	vertikale Durchmesseränderung	mm
Δf	Hilfsgröße zur Ermittlung von ζ	-
δ	Wandreibungswinkel	°
δ_v	relative vertikale Verformung	%
zul δ_v	zulässige relative vertikale Verformung	%
ε	Randfaserdehnung	%
ε_R	Rechenwert der Randfasergrenzdehnung	%
ζ	Korrekturfaktor für die horizontale Bettungssteifigkeit	-
κ	Abminderungsbeiwert für die Silotheorie	-
κ_Q	Beiwert der Berücksichtigung der Querkraftverformung	-
κ_{v2}	Abminderungsfaktor der kritischen Beullast	-
λ_B	Konzentrationsfaktor im Boden neben dem Rohr	-

λ_R	Konzentrationsfaktor über dem Rohr	-
λ_{RG}	Konzentrationsfaktor im Graben	-
$\lambda_{fo}, \lambda_{fu}$	oberer und unterer Grenzwert des Konzentrationsfaktors	-
$\max \lambda$	maximaler Konzentrationsfaktor	-
ν	Querdehnzahl	-
σ	Spannung	N/mm ²
σ_R	Rechenwert der Festigkeit bei Zugbeanspruchung	N/mm ²
σ_D	Rechenwert der Festigkeit bei Druckbeanspruchung	N/mm ²
φ	Stoßbeiwert	-
φ'	innerer Reibungswinkel	°

Indizes

<u>Zeichen</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Einheit</u>
Index K	Wert bei Kurzzeitbelastung	-
Index L	Wert bei Langzeitbelastung	-
Index i	Größe der Schicht i	-
Index äq	äquivalente Größe des Verbundquerschnitts	-

1. Einleitung

1.1 Motivation und Praxisbezug

Erdverlegte Verbundrohre bestehen aus mehreren fest miteinander verbundenen Schichten, von denen jede eine eigene Aufgabe erfüllt (DIN EN 253, 2024). Unter Last verhalten sie sich jedoch nicht als getrennte Einzelrohre, sondern als ein gemeinsamer Querschnitt (vgl. Kapitel 5.5). In der Fernwärmeversorgung ist das Kunststoffmantelrohr die verbreitetste Bauform eines solchen Rohres (Doyle et al., 2019, S. 1). Es bildet den Gegenstand dieser Arbeit.

Für die Statik ist das eine anspruchsvolle Ausgangslage. Die Elastizitätsmoduln der beteiligten Werkstoffe unterscheiden sich deutlich. Der Kunststoffanteil verliert unter Langzeitbelastung einen erheblichen Teil seiner Steifigkeit, während der Stahl sich nicht verändert (DWA-A 127-10, 2020, Tabellen 3 und 7). Welchen Anteil eine Schicht am Tragverhalten übernimmt, hängt deshalb nicht allein von ihrer Dicke ab, sondern auch davon, wie lange die Last einwirkt.

Hinzu kommen die Einbaubedingungen. Ein erdverlegtes Rohr trägt nie für sich allein, sondern immer zusammenwirkend mit dem umgebenden Boden (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 1). Mit der Einbautiefe ändern sich zudem Erd- und Verkehrslasten unterschiedlich stark (vgl. Kapitel 3.2), sodass sich die ungünstigste Einbautiefe nicht ohne Berechnung angeben lässt.

1.2 Problemstellung

Für die statische Berechnung erdverlegter Abwasserkanäle und -leitungen ist in Deutschland das Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 das maßgebende Regelwerk. Es bildet das Zusammenwirken von Rohr und Boden rechnerisch ab und lässt die sinngemäße Anwendung auf andere erdverlegte Rohre ausdrücklich zu (ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 6). Aus diesem Grund wird das Verfahren in dieser Arbeit auf das Kunststoffmantelrohr übertragen. Als rohrseitige Eingangsgröße wird für die Berechnung die Rohrsteifigkeit benötigt. Bei einem homogenen Querschnitt kann diese anhand des Elastizitätsmoduls und der Rohrwanddicke bestimmt werden.

Beim Verbundrohr existiert ein solcher einheitlicher Elastizitätsmodul nicht. Die einzelnen Schichten tragen mit ihrer jeweiligen Steifigkeit unterschiedlich stark zum Querschnitt bei. Dieser Anteil verschiebt sich zwischen der Kurz- und Langzeitbelastung. Die Rohrsteifigkeit lässt sich daher nicht auf dem für homogene Rohre vorgesehenen Weg bestimmen.

Für die Anwendung des Berechnungsverfahrens A 127 ist daher zunächst eine geeignete Ersatzsteifigkeit zu bestimmen, welche das Verhalten des mehrschichtigen Querschnitts abbildet. Dabei ist auch die Verbundwirkung zwischen den einzelnen Schichten zu berücksichtigen.

1.3 Zielsetzung und Leitfragen

Ziel dieser Arbeit ist es, für das betrachtete Verbundrohr eine äquivalente Steifigkeit herzuleiten, mit der sich der mehrschichtige Querschnitt im Verfahren nach ATV-DVWK-A 127 wie ein homogenes Rohr behandeln lässt. Auf Grundlage dieser wird das ausgewählte Verbundrohr auf sein Trag- und Verformungsverhalten untersucht.

Betrachtet werden drei Einbautiefen für das Rohr von 1,0 m, 2,0 m und 4,0 m, jeweils für die Kurz- und Langzeitbelastung. Die gewählten Einbautiefen decken den Übergang von verkehrslast- zu erdlastdominierter Beanspruchung ab und liegen innerhalb der Grenzen, in denen das Verfahren ohne Sonderbetrachtung und mit unveränderten Bodenkennwerten anwendbar ist (vgl. Kapitel 4.3). Die Ergebnisse werden einander gegenübergestellt und bewertet. Daraus ergeben sich folgende Leitfragen:

- Wie lässt sich die Steifigkeit des Verbundrohrs so abbilden, dass das Verfahren nach ATV-DVWK-A 127 anwendbar bleibt?
- Welchen Einfluss hat die Verbundwirkung zwischen den Schichten auf die Rohrsteifigkeit?
- Wie verändern sich Beanspruchungen und Verformungen mit der Einbautiefe?
- Worin unterscheiden sich Kurz- und Langzeitbelastung auf das Rohr und welcher der beiden ist für welchen Werkstoff des Verbundrohrs maßgebend?

1.4 Abgrenzung des Themas

Untersucht wird ausschließlich die Ringstatik des Rohres unter äußeren Einwirkungen infolge radial wirkender Erd- und Verkehrslasten. Die betriebsbedingte axiale Beanspruchung aus Temperaturdehnung und Innendruck bleibt unberücksichtigt. Schubspannungen in der Rohrwand werden ebenfalls nicht nachgewiesen, da das Arbeitsblatt einen solchen Nachweis nur für profilierte Rohre fordert. Nicht behandelt werden zudem die hydraulische und wärmetechnische Auslegung.

Rohrgeometrie, Bodenkennwerte und Einbaubedingungen bleiben in allen Rechenfällen unverändert. Einziger veränderlicher Parameter ist die Einbautiefe, die im Rahmen dieser Arbeit auch als Überdeckungshöhe bezeichnet wird. Dadurch lassen sich die Ergebnisse der drei betrachteten Überdeckungshöhen unmittelbar miteinander vergleichen.

Die tatsächliche Verbundwirkung zwischen den Schichten wird nicht messtechnisch oder numerisch ermittelt. Stattdessen wird sie durch die beiden Grenzfälle „ohne Verbund“ und „starrer Verbund“ eingegrenzt, zwischen denen das reale Verhalten liegt. Die Berechnungsergebnisse sind unter dieser Annahme zu bewerten.

1.5 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 stellt das betrachtete Rohrsystem, seinen Schichtaufbau und das Zusammenwirken von Rohr und Boden dar. Kapitel 3 beschreibt das Berechnungsverfahren nach ATV-DVWK-A 127 mit den Lastannahmen, Steifigkeitskenngrößen und Nachweisen, die für die weitere Untersuchung benötigt werden. In Kapitel 4 werden die verwendeten Eingangsparameter für Rohr, Werkstoffe und Boden festgelegt.

Kapitel 5 bildet den Kern der Arbeit. Dort wird die äquivalente Steifigkeit des Verbundquerschnitts über die beiden Grenzfälle hergeleitet. Kapitel 6 führt damit die Berechnung nach ATV-DVWK-A 127 für die drei Einbautiefen durch und stellt abschließend die maßgebenden Nachweise dar. Kapitel 7 wertet die Ergebnisse aus. Betrachtet werden Einfluss der Einbautiefe und des Zeitbezugs, die Bedeutung von Verbundwirkung, die

Ausnutzung der geführten Nachweise und die Grenzen des verwendeten Modells. Kapitel 8 fasst die Arbeit zusammen, beantwortet die Leitfragen und gibt einen Ausblick.

2. Grundlagen erdverlegter Verbundrohre

2.1 Fernwärmenetze und Anwendungsbereiche

Der Begriff Fernwärme bezeichnet die zentrale Bereitstellung von Wärme für mehrere räumlich getrennte Gebäude. Die Wärmeerzeugung erfolgt in einer zentralen Anlage, etwa einem Heizwerk oder Heizkraftwerk, und wird über ein Rohrleitungsnetz an die angeschlossenen Verbraucher verteilt. Bei kleineren Versorgungsgebieten wird hierfür der Begriff Nahwärme verwendet (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 1). Gegenüber einer Vielzahl dezentraler Heizungsanlagen weist diese Form der Wärmeerzeugung eine höhere Effizienz auf. Durch die Bündelung der Erzeugung lassen sich sowohl die Brennstoffe wirtschaftlicher nutzen als auch die Emissionen senken (Konstantin & Konstantin, 2024, S. V). Der Wärmetransport vom Erzeuger zum Verbraucher erfolgt in der Regel über ein geschlossenes Rohrleitungssystem, das als Zweileiternetz mit Vor- und Rücklauf ausgebildet ist (siehe Abbildung 1). Im Vorlauf wird das erwärmte Heizwasser zu den versorgten Gebäuden geleitet, wo die Wärme über Wärmeübertrager an die Heizungs- und Warmwassersysteme abgegeben wird. Anschließend wird das abgekühlte Heizwasser über den Rücklauf zur Erzeugungsanlage zurückgeführt und dem Kreislauf erneut zugeführt (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 1).

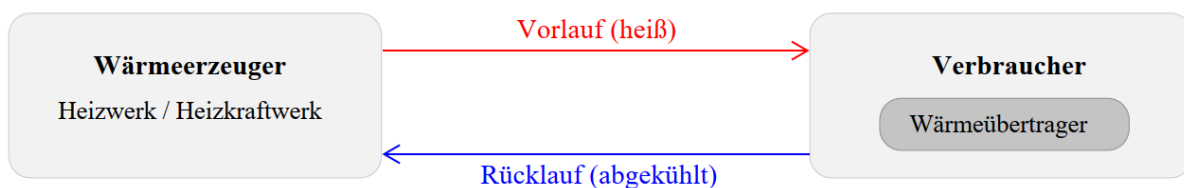


Abbildung 1: Prinzip eines Zweileiter-Fernwärmenetzes (eigene Darstellung)

Ziel der Verlegung von Fernwärmeleitungen ist es, eine langfristige und dauerhafte Nutzung der Rohrleitungen zu gewährleisten. Hierzu müssen die Rohrsysteme insbesondere gegen Festigkeitsverluste, Beeinträchtigungen der Wärmedämmung sowie mechanischen Beschädigungen geschützt werden (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 79). Grundsätzlich haben sich drei Verlegesysteme etabliert. Hierzu zählen die kanalgebundene Verlegung, die kanalfreie Verlegung sowie die Freileitungsverlegung. Die Auswahl des geeigneten Systems erfolgt in Abhängigkeit von den örtlichen Randbedingungen sowie den technischen und wirtschaftlichen Anforderungen des jeweiligen Bauvorhabens (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 79).

In der Vergangenheit erfolgte die Verlegung von Fernwärmeleitungen überwiegend in begehbaren oder nicht begehbaren Betonkanälen. Diese kanalgebundenen Systeme zeichneten sich durch eine hohe Betriebssicherheit sowie einen guten Schutz der Rohrleitungen gegenüber äußeren Einwirkungen aus. Aufgrund ihrer robusten Bauweise galten sie lange Zeit als zweckmäßige und zuverlässige Lösung für den Fernwärmeleitungsbau (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 80). Demgegenüber stehen jedoch erhebliche wirtschaftliche Nachteile.

Insbesondere die Herstellung der Betonkanäle sowie der hohe bauliche Aufwand, beispielsweise in Bereichen mit anstehendem Grundwasser, führen zu deutlich höheren Baukosten. Aus diesem Grund hat diese Verlegeart in den vergangenen Jahrzehnten zunehmend an Bedeutung verloren und wird heute nur noch in besonderen Anwendungsfällen eingesetzt. Stattdessen haben sich weitgehend kanalfreie Verlegesysteme durchgesetzt, die eine kostengünstigere und einfachere Ausführung ermöglichen (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 80).

Das verbreitetste kanalfreie System ist das Kunststoffmantelrohr (KMR), das heute für erdverlegte Fernwärmeleitungen den Standard bildet (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 80). Es wird als Verbundsystem ausgeführt, bei dem die einzelnen Schichten kraftschlüssig zusammenwirken. Ein wesentlicher Vorteil des Aufbaus besteht darin, dass die im Betrieb auftretenden Temperaturdehnungen innerhalb des Rohrsystems aufgenommen werden können. Darüber hinaus wird das KMR industriell vorgefertigt, was eine wirtschaftliche und zeitsparende Verlegung ermöglicht. Aufgrund seiner Bauweise eignet es sich zudem für den Einsatz unter schwierigen Baugrundverhältnissen, etwa in Bereichen mit hohem Grundwasserstand (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 80 f.).

Neben dem Kunststoffmantelrohr existieren weitere kanalfreie Rohrsysteme, die jedoch vorrangig spezielle Anwendungsbereiche abdecken. Eine mögliche Alternative stellen Vollkunststoffrohre dar. Diese werden insbesondere in Nahwärmenetzen mit Vorlauftemperaturen von bis zu 95 °C eingesetzt und zeichnen sich durch geringere Investitionskosten gegenüber Kunststoffmantelrohren aus (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 83). Stahlmantelrohre (SMR) kommen hingegen bei hohen Betriebstemperaturen und Drücken zum Einsatz. Bevorzugt werden sie in Sonderfällen verwendet, etwa bei Straßen- oder Flussquerungen, bei denen besondere Anforderungen an die mechanische Belastbarkeit bestehen (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 84). Eine weitere Option stellt die oberirdische Verlegung als Freileitung dar. Die Rohrleitungen werden dabei auf Stützen oder Sockelkonstruktionen geführt. Aufgrund des vergleichsweise geringen baulichen Aufwands wird diese Ausführungsform als die wirtschaftlichste Verlegevariante betrachtet (Konstantin & Konstantin, 2024, S. 85). Für den überwiegenden Teil der erdverlegten Fernwärmeleitungen stellen Kunststoffmantelrohre jedoch das maßgebende Rohrsystem dar. Aus diesem Grund werden sie im Verlauf dieser Arbeit als Grundlage für die weiteren Untersuchungen gewählt.

Kunststoffmantelrohre sind für den langfristigen Einsatz in Fernwärmenetzen ausgelegt. Die Auslegung erfolgt gemäß DIN EN 13941-1 für den Dauerbetrieb mit Heizwasser. Nach DIN EN 253 beträgt die zulässige Dauerbetriebstemperatur 120 °C. Darüber hinaus sind Höchsttemperaturen von bis zu 140 °C zulässig, sofern diese lediglich in einzelnen Zeitintervallen auftreten und eine durchschnittliche Gesamtdauer von 300 Stunden pro Jahr nicht überschreiten. Die Auslegung der Rohrsysteme erfolgt für eine Nutzungsdauer von mindestens 30 Jahren. Bei Dauerbetriebstemperaturen unter 115 °C wird in der Regel jedoch eine Lebensdauer von mindestens 50 Jahren erreicht (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.5.6.1).

Der genormte Nennweitenbereich von Kunststoffmantelrohren erstreckt sich gemäß DIN EN 253 von DN 20 bis DN 1200. Zwar ist in Tabelle 1 auch die Nennweite DN 15 aufgeführt, diese ist nach der Anmerkung der Norm jedoch nicht für werkmäßig gefertigte Einzelrohr-

Verbundsysteme nach DIN EN 253 relevant. Für die Nennweiten legt die Norm außerdem drei Wärmedämmserien fest, die sich in der Dicke der Dämmschicht unterscheiden (DIN EN 253, 2024, Tabelle 3). Die Auswahl der Nennweite und der Wärmedämmserie für das untersuchte Rohr erfolgt in Kapitel 4.1.

Um diesen thermischen und mechanischen Anforderungen dauerhaft standzuhalten, wird im folgenden Teil der Aufbau eines Kunststoffmantelrohrs betrachtet.

2.2 Aufbau und Werkstoffe des Verbundrohrs

Kunststoffmantelrohre (KMR) werden als werkmäßig gefertigte Verbundrohrsysteme für direkt erdverlegte Fernwärmenetze ausgeführt. Ein solches Verbundrohr, wie es in der DIN EN 253 spezifiziert ist, besteht aus einem Stahl-Mediumrohr, einer Wärmedämmung aus Polyurethan-Hartschaum (PUR) sowie einer äußeren Ummantelung aus Polyethylen (PE) (siehe Abbildung 2). Ergänzend können Abstandhalter oder Diffusionsbarrieren Bestandteil des Rohrsystems sein. Jede dieser Komponenten übernimmt spezifische Aufgaben, die gemeinsam die Funktionsfähigkeit und Dauerhaftigkeit des Verbundrohrs gewährleisten. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Kunststoffmantelrohr als Verbundrohr im Sinne der DIN EN 253 verstanden (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 1; Abschnitt 4.5.1).

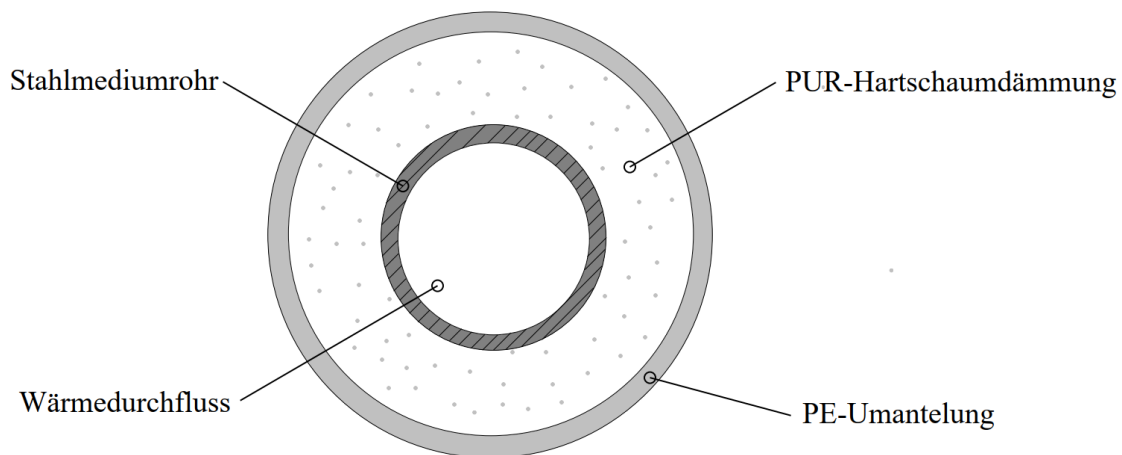


Abbildung 2: Schematischer Querschnitt eines Verbundrohrs, nicht maßstäblich (eigene Darstellung)

Das Stahl-Mediumrohr bildet die innere Schicht des Verbundrohrs und dient dem Transport des Wärmeträgermediums. Als tragende Komponente des Rohrsystems nimmt es die maßgebenden Beanspruchungen aus Innendruck und Temperatur auf. Die DIN EN 253 verweist hinsichtlich der Anforderungen an Werkstoff, Abmessungen und Ausführung auf die entsprechenden europäischen Produktnormen für Stahlrohre (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.2; Weidlich, 2024, Kap. 39.2).

Die PUR-Hartschaumdämmung dient in erster Linie der thermischen Isolierung des Mediumrohrs und trägt somit zur Reduktion der Wärmeverluste während des Betriebs bei. Gleichzeitig verbindet sie das Stahl-Mediumrohr und die PE-Ummantelung dauerhaft miteinander. Durch diesen schubfesten Verbund können Kräfte zwischen den einzelnen Schichten übertragen werden.

Die DIN EN 253 legt hierfür Mindestanforderungen an die Schubfestigkeit des Verbundes fest, um eine dauerhafte kraftschlüssige Verbindung zwischen den Komponenten sicherzustellen (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.4; Weidlich, 2024, Kap. 39.2).

Um die Wärmedämmung vor mechanischen Beschädigungen sowie dem Eindringen von Feuchtigkeit aus dem Boden zu schützen, wird die äußere Schicht des Verbundrohrs durch eine Ummantelung aus Polyethylen gebildet. Konkret kommt Polyethylen hoher Dichte (PE-HD) zum Einsatz, das sich durch eine höhere Festigkeit und Beständigkeit gegenüber mechanischen Einwirkungen auszeichnet. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, Messdrähte in die Dämmschicht zu integrieren, welche ein frühzeitiges Erkennen und Lokalisieren von Feuchtigkeitseintritten ermöglichen (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.3, Abschnitt 4.5.11; Weidlich, 2024, Kap. 39.2).

Das Zusammenspiel von Stahl-Mediumrohr, PUR-Dämmschicht und PE-HD-Ummantelung resultiert in einem kraftschlüssigen Verbundsystem. Das mechanische Verhalten des Kunststoffmantelrohrs wird folglich nicht allein durch die Eigenschaften der einzelnen Werkstoffe bestimmt, sondern durch deren gemeinsames Trag- und Verformungsverhalten. Diese Verbundwirkung ist entscheidend für die Bestimmung der Steifigkeit des Gesamtsystems, da sie das Tragverhalten des gesamten Rohrsystems maßgeblich beeinflusst. Aus diesem Grund bildet die Verbundwirkung die Grundlage für die im weiteren Verlauf dieser Arbeit durchgeführte Berechnung der Systemsteifigkeit (Helbig, 2024, Kap. 38; Weidlich, 2024, Kap. 39.2).

2.3 Mechanische Eigenschaften

In diesem Abschnitt werden die mechanischen Kenngrößen eingeführt, die das Trag- und Verformungsverhalten des Verbundrohrs beschreiben. Sie bilden die Grundlage für die statische Berechnung sowie für die Bestimmung der äquivalenten Steifigkeit.

2.3.1 Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul E beschreibt den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung im linear-elastischen Bereich eines Werkstoffs nach dem Hooke'schen Gesetz. Er stellt eine Werkstoffkenngröße dar, dient als Maß für die Steifigkeit eines Materials und wird in N/mm^2 angegeben (Gross et al., 2024).

Für das mechanische Verhalten von Verbundrohren ist insbesondere von Bedeutung, dass die einzelnen Werkstoffe des Rohrsystems unterschiedliche Elastizitätsmoduln besitzen. Während das Stahl-Mediumrohr aufgrund seines hohen Elastizitätsmoduls den überwiegenden Anteil der mechanischen Beanspruchungen aufnimmt, weisen die PUR-Dämmschicht sowie die PE-HD-Ummantelung deutlich geringere Steifigkeiten auf (Weidlich, 2024, Kap. 39.2).

Für die Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens eines Bauteils müssen zusätzlich dessen geometrische Eigenschaften berücksichtigt werden. Diese werden im folgenden Abschnitt anhand der Rohr- bzw. Ringsteifigkeit erläutert.

2.3.2 Rohr- bzw. Ringsteifigkeit

In der klassischen Baustatik wird die Biegesteifigkeit eines Bauteils durch das Produkt aus Elastizitätsmodul E und Flächenträgheitsmoment I beschrieben. Während der Elastizitätsmodul die Steifigkeit des Werkstoffs charakterisiert, beschreibt das Flächenträgheitsmoment ausschließlich den Einfluss der Querschnittsgeometrie auf das Biegeverhalten. Das Produkt EI stellt somit die maßgebende Größe für den Widerstand eines Bauteils gegen Biegeverformungen dar (Gross et al., 2024).

Bei erdverlegten Rohrleitungen steht jedoch nicht die Biegung eines geraden Bauteils im Vordergrund, sondern die Verformung des kreisförmigen Rohrquerschnitts unter radial wirkenden Belastungen. Die auf das Rohr einwirkenden Erd- und Verkehrslasten führen dazu, dass sich der ursprünglich kreisförmige Querschnitt geringfügig verformt und eine ovale Form annimmt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 8.4). Der Widerstand eines Rohres gegen eine Ovalisierung des Querschnitts wird durch die Ringsteifigkeit beschrieben. Im Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 wird diese als Rohrsteifigkeit S_R bezeichnet und als maßgebende Kenngröße für die statische Bemessung erdverlegter Rohrleitungen verwendet (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 6.3.3).

Während sich die Rohrsteifigkeit bei Rohren aus einem homogenen Werkstoff unmittelbar aus den Werkstoffeigenschaften und der Querschnittsgeometrie bestimmen lässt, ist diese Zuordnung bei mehrschichtigen Verbundrohren nicht mehr eindeutig.

2.3.3 Systemsteifigkeit

Die in den vorangegangenen Abschnitten betrachteten Kenngrößen beschreiben jeweils das Verhalten eines einzelnen Werkstoffs oder eines homogenen Rohrquerschnitts. Beim Verbundrohr sind die drei Schichten jedoch schubfest miteinander verbunden, sodass Kräfte zwischen ihnen übertragen werden und sich die Schichten nicht unabhängig voneinander, sondern gemeinsam verformen. Erst dieses kraftschlüssige Zusammenwirken ermöglicht es, den mehrschichtigen Querschnitt als ein tragendes System zu betrachten (Helbig, 2024, Kap. 38).

Zur Beschreibung dieses gemeinsamen Trag- und Verformungsverhaltens wird in der vorliegenden Arbeit die äquivalente Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts verwendet. Sie bezieht sich allein auf das Rohr ohne den umgebenden Boden. Der Begriff Systemsteifigkeit bleibt dagegen der Größe V_{RB} nach ATV-DVWK-A 127 vorbehalten, die das Zusammenwirken von Rohr und Boden beschreibt (vgl. Kapitel 3.4.1).

Für die statische Berechnung des Gesamtsystems ist eine einheitliche Rohrsteifigkeit erforderlich. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird daher ein Ansatz zur **Ermittlung einer äquivalenten Systemsteifigkeit** entwickelt, der die Grundlage für die Berechnungen der verschiedenen Einbautiefen bildet.

2.4 Rohr-Boden-Interaktion

Die in Abschnitt 2.3 beschriebenen mechanischen Eigenschaften charakterisieren das Verhalten des Rohres als gedämmtes Bauteil. Bei erdverlegten Rohrleitungen beruhen Stand- und

Betriebssicherheit auf dem Zusammenwirken von Rohr, Leitungszone, Verfüllung und anstehendem Boden (Günthert et al., 2023, S. 311). Im Folgenden werden daher die Lastabtragung im Rohr-Boden-System sowie der Einfluss der Bodenkennwerte und der Einbautiefe auf die Beanspruchung des Rohres erläutert.

2.4.1 Lastabtragung im Rohr-Boden-System

Für die Beurteilung des Beanspruchungs- und Verformungszustands erdverlegter Rohrleitungen ist das Rohr nicht allein, sondern im Zusammenwirken mit dem umgebenden Boden zu betrachten. Das gesamte mechanische System wird als „Fahrbahn-Boden-Rohr“ bezeichnet. Dabei wird das Strukturverhalten durch die Eigenschaften von Rohr und Boden, sowie die Verlege-, Betriebs- und Belastungsbedingungen beeinflusst (Kiesselbach, 2023, S. 809). Der Rohrgraben gliedert sich oberhalb der Grabensohle in die Leitungszone und die darüberliegende Wiederverfüllzone (siehe Abbildung 3). Die Leitungszone umgibt das Rohr unmittelbar und bildet den maßgebenden Bereich für die Lastübertragung zwischen Rohr und Boden. Daran anschließend erstreckt sich die Wiederverfüllzone bis zur Fahrbahn bzw. Geländeoberkante (Kiesselbach, 2023, S. 809-810).

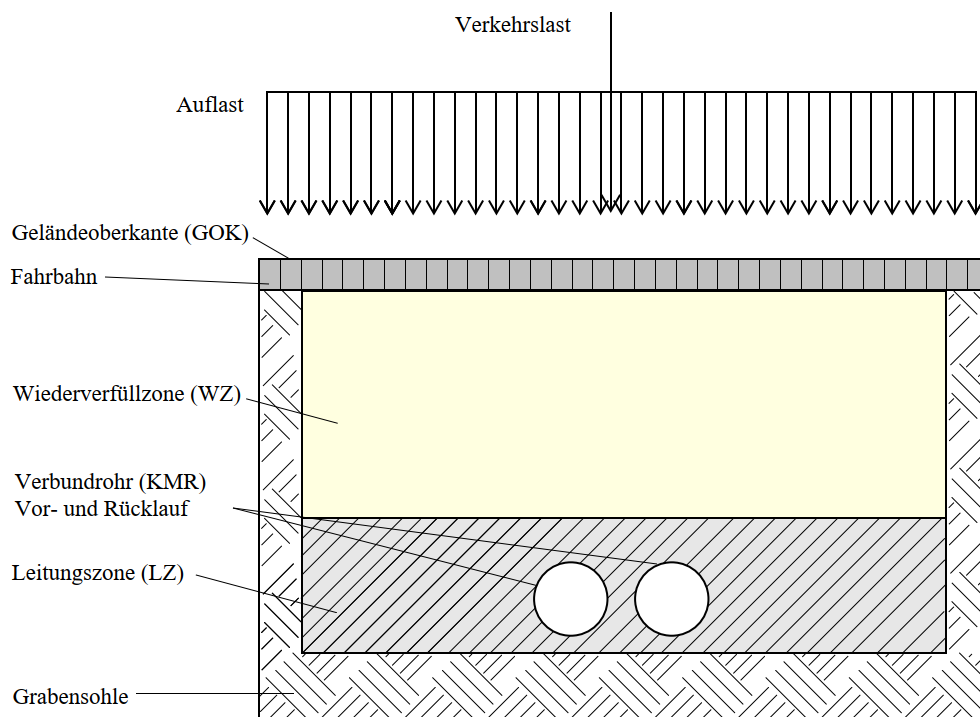


Abbildung 3: Grabenquerschnitt des Fahrbahn-Boden-Rohr-Systems, nicht maßstäblich (eigene Darstellung mit Vorlage nach Kiesselbach Abb. 1 (S. 809))

Je nach Zusammenwirken von Rohrsteifigkeit und Bodenverformung wird zwischen biegesteifen und biegeweichen Rohren unterschieden (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 9.1). In der Fachliteratur werden hierfür teilweise auch die Begriffe starre bzw. flexible Rohre verwendet (Kiesselbach, 2023, S.809). In dieser Arbeit werden entsprechend dem Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 ausschließlich „biegesteif“ und „biegeweich“ verwendet. Bei biegesteifen Rohren führt die äußere Belastung zu keinen wesentlichen Verformungen des Rohrquerschnitts.

Der umgebende Boden dient in diesem Fall überwiegend der Lastübertragung auf das Rohr (Kiesselbach, 2023, S. 809; ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 9.1). Biegeeweiche Rohre verformen sich hingegen unter äußeren Belastungen in einem deutlich stärkeren Maß. Die Verformung des Rohres beeinflusst dabei die Spannungsverteilung im umgebenden Boden, während gleichzeitig die Bodenreaktion das Tragverhalten des Rohres bestimmt. Rohr und Boden bilden somit ein gemeinsames Tragsystem.

Bei biegeweichen Rohren ist die Abstützwirkung des umgebenden Bodens für das Tragverhalten maßgebend (Kiesselbach, 2023, S. 809). Das Maß dieser Abstützung wird über die Bettungssteifigkeit erfasst. Für die Zuordnung eines Rohres zu einem der beiden Verhaltenstypen ist das Verhältnis der Rohrsteifigkeit zur Bettungssteifigkeit des Bodens zu bestimmen. Dieses Verhältnis wird als Systemsteifigkeit V_{RB} bezeichnet und ist von der in Abschnitt 2.3.3 eingeführten Systemsteifigkeit des Verbundquerschnittes zu unterscheiden. Die Grenze zwischen biegesteifem und biegeweichem Verhalten liegt bei $V_{RB}=1$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 9.1). Die zugehörigen Formeln sind in Kapitel 3.4.1 dargestellt.

Aufgrund der unterschiedlichen Verformungsfähigkeit von Rohr und Boden lagern sich die im Boden wirkenden Vertikalspannungen um. Diese Spannungsumlagerung wird durch die Konzentrationsfaktoren λ_R und λ_B gekennzeichnet (siehe Abbildung 4). Dabei beschreibt λ_R die Spannungskonzentration oberhalb des Rohres, während λ_B die Spannungsverteilung im seitlich angrenzenden Boden beschreibt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 6.1). Die Ermittlung dieser Faktoren erfolgt nach dem Konzept des schubsteifen Balkens, das internationale Anerkennung gefunden hat (ATV-DVWK-A 127, 2020, Vorwort zur 3. Auflage).

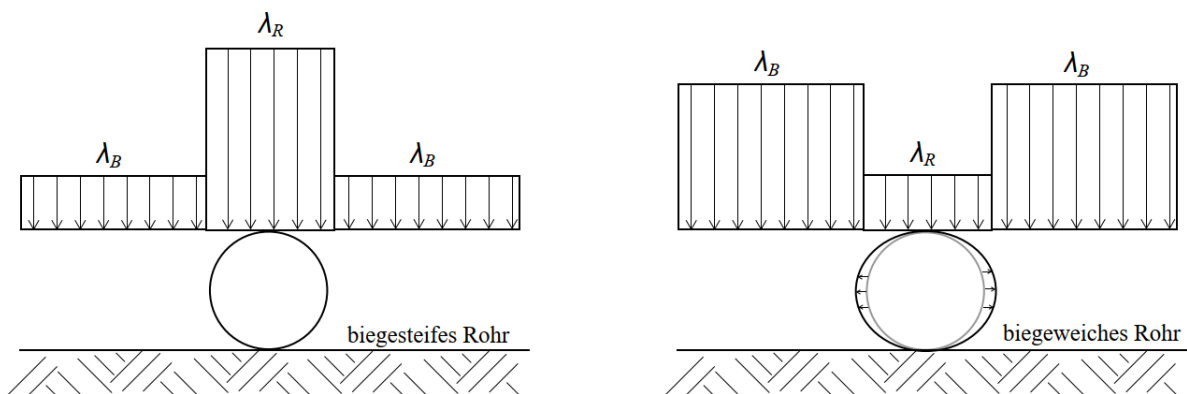


Abbildung 4: Spannungsumlagerung bei biegesteifem (links) und biegeweichem (rechts) Rohr (eigene Darstellung, in Anlehnung an ATV-DVWK-A 127, 2020, Bild 7).

Die auf diese Weise umgelagerten Vertikalspannungen resultieren im Wesentlichen aus der Erdlast und den Verkehrslasten (Kiesselbach, 2023, Kap. 31.2.5.1). Die Erdlast entspricht dem Gewicht des über dem Rohr stehenden Bodens und nimmt mit der Überdeckungshöhe zu. Vereinfacht ergibt sie sich als Produkt aus der Wichte des Bodens bzw. Verfüllmaterials und der Überdeckungshöhe mit $p_E = \gamma_B \times h$ (Kiesselbach, 2023, S. 819). Im Gegensatz zur Erdlast wirkt die Verkehrslast insbesondere bei geringen Überdeckungshöhen. Mit zunehmender Überdeckungshöhe nimmt der Einfluss der Verkehrslast auf die Rohrleitung infolge der Lastverteilung im Boden kontinuierlich ab (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.2.1, Gl. 5.07 f., Diagramme D2 a – d). Aus der unterschiedlichen Einwirkung von Erd- und Verkehrslast

ergibt sich, dass die Gesamtbeanspruchung maßgeblich von der Einbautiefe des Rohres abhängt. Dieser Zusammenhang wird in Kapitel 2.4.3 näher erläutert.

Die tatsächlich auf das Rohr einwirkende Erdlast wird zusätzlich durch das Verformungsverhalten der Grabenverfüllung beeinflusst. Reibungskräfte an den Grabenwänden können die Bodenspannung abmindern. Diese Abminderung wird über die Silotheorie erfasst (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.1.1). In der Praxis ist eine Abminderung der Erdlast nach der Silotheorie jedoch häufig nicht anzusetzen. Grund hierfür sind Verdichtungs- bzw. Einbaulasten infolge Grabenverfüllung, die bei ordnungsgemäßer Verdichtung die reine Erdlast deutlich überschreiten können (Kiesselbach, 2023, S. 820).

Die bisher beschriebenen Zusammenhänge beziehen sich ausschließlich auf die radiale Beanspruchung des Rohr-Boden-Systems. Für Fernwärmeleitungen sind darüber hinaus weitere Besonderheiten zu berücksichtigen. Es treten infolge wechselnder Betriebstemperaturen zusätzlich Wechselwirkungen zwischen Rohr und Boden in Längsrichtung auf. Durch Reibungskräfte im Boden werden die temperaturbedingten Längenänderungen der Rohrleitung behindert, während in Bereichen von Richtungsänderungen zusätzlich Bettungswiderstände mobilisiert werden (Achmus & Weidlich, 2016, S. 664). Da die Bestimmung der Systemsteifigkeit nach dem Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 auf die radiale Beanspruchung des Rohr-Boden-Systems abzielt, werden die temperaturbedingten Wechselwirkungen in Längsrichtung im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

In welchem Umfang der Boden die einwirkenden Lasten aufnimmt, umlagert und das Rohr seitlich abstützt, wird maßgeblich durch seine mechanischen Eigenschaften bestimmt. Die hierfür relevanten Bodenkennwerte werden im folgenden Abschnitt erläutert.

2.4.2 Einfluss der Bodenkennwerte

Die mechanischen Eigenschaften des Bodens werden in der statischen Bemessung durch verschiedene Bodenkennwerte erfasst. Diese beeinflussen sowohl die auf das Rohr wirkenden Lasten als auch die Bettungswirkung des umgebenden Bodens und damit das Trag- und Verformungsverhalten des Rohr-Boden-Systems. Während Wichte und Reibungsverhältnisse die auf das Rohr einwirkende Beanspruchung beeinflussen, bestimmt die Verformbarkeit des Bodens den Widerstand, den dieser der Rohrverformung entgegensetzt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitte 5.2 und 6.2).

Die Wichte des Bodens γ_B geht unmittelbar in die Ermittlung der Erdlast ein. Da diese als Produkt aus Wichte und Überdeckungshöhe berechnet wird, nimmt ihr Einfluss mit zunehmender Einbautiefe zu (siehe Kapitel 2.4.1). Das Arbeitsblatt gibt für alle Bodengruppen einen einheitlichen Rechenwert an. Liegt das Rohr unterhalb des Grundwasserspiegels, ist der Auftrieb zu berücksichtigen, wodurch sich die wirksame Wichte des über dem Rohr stehenden Bodens verringert (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 3.1, Tabelle 1).

Der Reibungswinkel des Bodens sowie die Wandreibung zwischen Verfüllboden und Grabenwand bestimmen, in welchem Umfang sich die Grabenverfüllung an den Grabenwänden abstützen kann. Sie sind damit die maßgebenden Größen der in Kapitel 2.4.1 beschriebenen Silotheorie. Ein höherer Reibungswinkel führt zu einer stärkeren Abminderung der auf das Rohr einwirkenden Erdlast, setzt jedoch voraus, dass die Grabenwände dauerhaft als

Reibungsflächen erhalten bleiben (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.1.1; Kiesselbach, 2023, S. 820).

Für das Trag- und Verformungsverhalten biegeweicher Rohre ist demgegenüber die Verformbarkeit des umgebenden Bodens die entscheidende Größe. Der Widerstand eines Bodens gegen Zusammendrückung wird bodenmechanisch über den Verformungsmodul E_B beschrieben. Eine axiale Verformung wird als Steifemodul bezeichnet (von Soos & Engel, 2017, S. 181). Im Arbeitsblatt bildet der Kennwert E_B die Grundlage für die Beschreibung der Bettung. Da die Steifigkeitsverhältnisse im Rohrgraben nicht einheitlich sind, wird der Verformungsmodul bereichsweise variiert. Die seitliche Abstützung des Rohres ergibt sich somit nicht allein aus den Eigenschaften des eingebauten Verfüllmaterials, sondern aus dem Zusammenwirken von Leitungszone und anstehendem Boden. Der Korrekturfaktor für die horizontale Bettungssteifigkeit berücksichtigt dieses Zusammenwirken. Für gleiche Verformungsmoduln beider Bereiche nimmt er den Wert eins an (Kiesselbach, 2023, S. 826).

Der Verformungsmodul ist keine feste Materialkonstante. Er hängt von der Bodenart und dem Verdichtungsgrad ab, darüber hinaus von der Auflastspannung, der Belastungsdauer und dem Grundwasser (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 3.1 und Gl. 6.02; vgl. Kapitel 3.3). Der Verdichtungsgrad D_{Pr} bezieht die Trockendichte eines Bodens auf die im Proctorversuch ermittelte Dichte (von Soos & Engel, 2017, S. 166). Das Arbeitsblatt ordnet die Böden hierzu vier Bodengruppen zu, die von nichtbindigen über schwach bindige Mischböden bis zu bindigen Böden reichen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 3.1). In Verbindung mit dem Verdichtungsgrad ergeben sich hieraus die anzusetzenden Rechenwerte. Die Spannweite dieser Werte ist erheblich. Innerhalb derselben Bodengruppe liegt zwischen einer gering und einer hoch verdichteten Verfüllung etwa eine Größenordnung (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 1).

Hinzu kommt, dass die anzusetzenden Rechenwerte nicht allein von der Bodenart abhängen, sondern auch von der Ausführung im Rohrgraben. Es wird in vier Überschüttungsbedingungen für die Grabenverfüllung und vier Einbettungsbedingungen für die Leitungszone unterschieden (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.1.2 und 6.2.1). Der Verdichtungsgrad und die Ausführungsqualität stellen damit wesentliche Einflussparameter dar.

Aus dieser Abhängigkeit folgt, dass die Bodenkennwerte die zu führenden Nachweise unterschiedlich stark beeinflussen. Die Rohrverformung reagiert unmittelbar auf den Verformungsmodul der Leitungszone, da die seitliche Bettung der Ovalisierung des Querschnitts entgegenwirkt. Die Beanspruchung aus der Spannungsumlagerung wird dagegen über das Verhältnis von Rohrsteifigkeit zu Bettungssteifigkeit gesteuert. Ein steiferer Boden führt zu einer größeren Bettungssteifigkeit und damit zu einem kleineren Wert von V_{RB} , sodass sich das Verhalten Richtung biegeweich verschiebt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gleichung 6.15). Die Einordnung eines Rohres als biegesteif oder biegeweich ist folglich keine reine Rohreigenschaft, sondern das Ergebnis des Zusammenwirkens von Rohr und Boden.

Für die vorliegende Arbeit ist diese Abhängigkeit von besonderer Bedeutung, da das Steifigkeitsverhältnis V_{RB} über die Bettungssteifigkeit unmittelbar mit den Bodenkennwerten verknüpft ist. Um den Einfluss der Einbautiefe isoliert beurteilen zu können, werden die Bodenkennwerte in den Berechnungen einheitlich festgelegt. Die Auswahl des Bodens sowie

des zugehörigen Verdichtungsgrades erfolgt in Kapitel 4.4, die zugehörigen Rechenwerte und ihre Ermittlung nach dem Berechnungsverfahren werden in Kapitel 3.3 erläutert.

2.4.3 Einfluss der Einbautiefe

Die Einbautiefe einer erdverlegten Rohrleitung wird über die Überdeckungshöhe h beschrieben. Sie bezeichnet den lotrechten Abstand zwischen der Gelände- bzw. Fahrbahnoberkante und dem Rohrscheitel (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 2). Beim Kunststoffmantelrohr ist damit die Oberkante des PE-Mantelrohrs maßgebend. Davon zu unterscheiden ist die in der DIN EN 13941-1 zusätzlich verwendete Verlegetiefe Z , die bis zur Achsenhöhe des Rohres gemessen wird (DIN EN 13941-1, 2022). In dieser Arbeit bezeichnet h durchgängig die Überdeckungshöhe (siehe Abbildung 5).

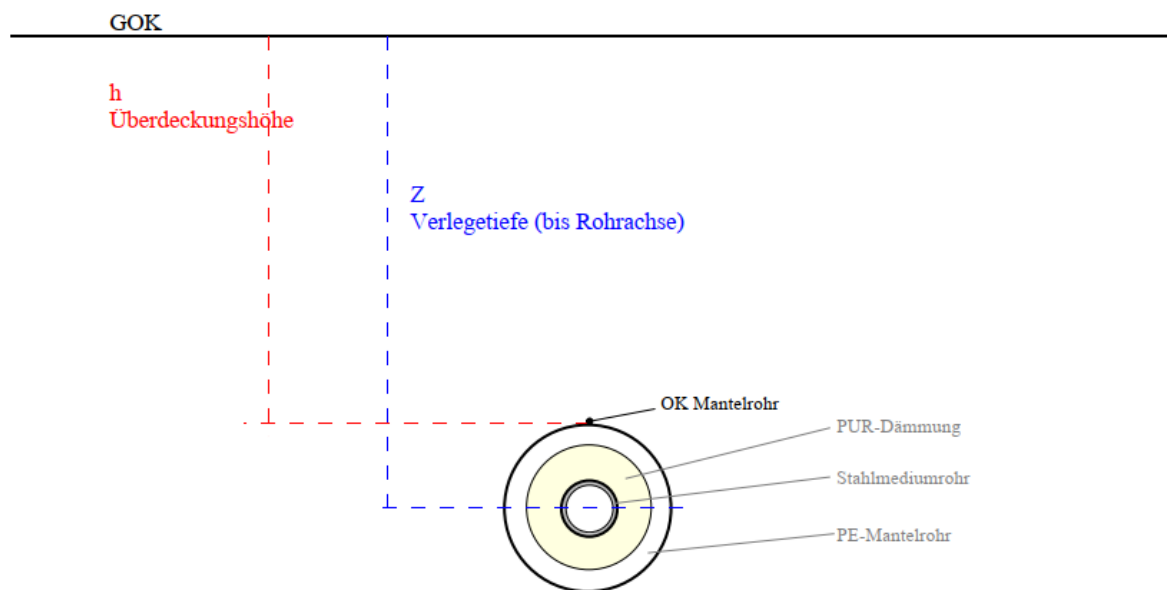


Abbildung 5: Definition der Überdeckungshöhe h und der Verlegetiefe Z , nicht maßstäblich (eigene Darstellung)

Die beiden maßgebenden Einwirkungen auf das Rohr-Boden-System verhalten sich gegenläufig zur Überdeckungshöhe. Während die Erdlast, wie in Kapitel 2.4.1 eingeführt, mit zunehmender Tiefe wächst, zeigt die Verkehrslast das umgekehrte Verhalten (siehe Abbildung 6). Dazwischen liegt ein Übergangsbereich, in dem beide Lastanteile ähnlich große Spannungen in Scheitelhöhe erzeugen. Die an der Oberfläche eingetragenen Radlasten breiten sich mit zunehmender Tiefe im Boden aus, sodass die wirksame Spannung über dem Rohr mit wachsender Überdeckung stark abfällt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.2.1). Auch die DIN EN 13941-1 ermittelt die Verkehrslast ausdrücklich in Abhängigkeit von der Überdeckungshöhe. Lastmindernde Straßenaufbauten werden dabei rechnerisch in eine äquivalente Überdeckungshöhe umgewandelt (DIN EN 13941-1, 2022, Abschnitt 6.4.5.2, Bild 5). Daraus lässt sich schließen, dass die Beanspruchung bei geringer Einbautiefe von der Verkehrslast und bei großer Einbautiefe von der Erdlast dominiert wird.

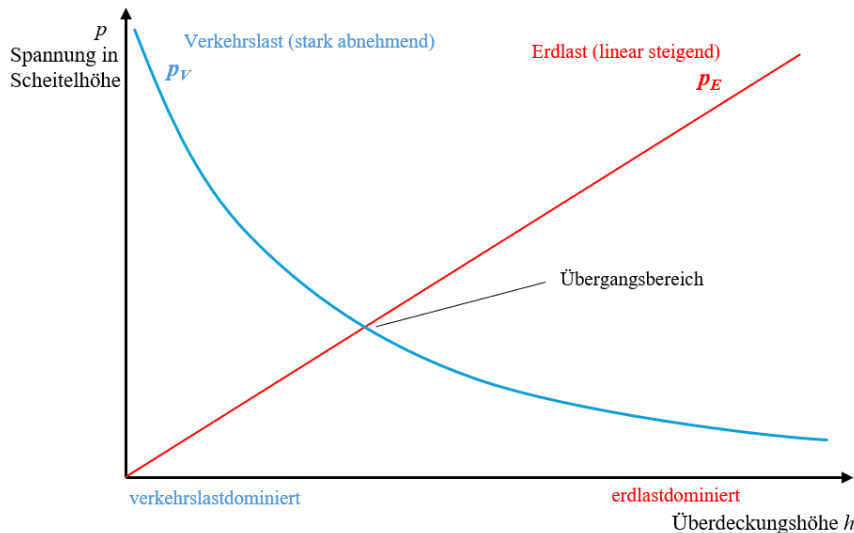


Abbildung 6: Qualitativer Verlauf von Erd- und Verkehrslast in Abhängigkeit der Überdeckungshöhe (eigene Darstellung)

Neben der Einwirkungsseite verändert sich mit der Tiefe auch das Verhalten des Bodens auf der Widerstandsseite qualitativ. Die DIN EN 13941-1 beschreibt dies anhand der horizontalen Bettungsziffer, welche das Verhältnis zwischen dem horizontalen Bodendruck und der daraus resultierenden seitlichen Bewegung des Rohrleitungssystem beschreibt. Bei geringen und mittleren Verlegetiefen reicht der Versagensbereich des Bodens bis an die Geländeoberkante, wobei sich, analog zum passiven bzw. aktiven Erddruck, ein passiver Bodenkeil vor dem Rohr und ein aktiver Keil an dessen Rückseite bilden. Ab Verlegetiefen von etwa Sechs- bis Zehnfachen des Mantelrohrdurchmessers entwickelt sich der plastische Bereich hingegen als begrenzte Fließzone vor dem Rohr, deren Ausdehnung vom Verdichtungsgrad des Bodens abhängt (DIN EN 13941-1, 2022, Abschnitt 6.5.4.2). Auch im Berechnungsmodell des Arbeitsblattes sind die Umlagerungsbedingungen in Abhängigkeit der Einbautiefe verankert. Die Obergrenze des Konzentrationsfaktors nimmt mit der Überdeckungshöhe ab (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.23a). Die Einbautiefe beeinflusst damit sowohl die Größe der einwirkenden Lasten als auch die Bedingung ihrer Umlagerung.

Um den Einfluss der Einbautiefe auf die Nachweise beurteilen zu können, erfolgt die Festlegung der untersuchten Überdeckungshöhen in Kapitel 4.3.

Mit den mechanischen Kenngrößen des Verbundrohrs, den Bodenkennwerten und der Einbautiefe sind die Einflussgrößen des Rohr-Boden-Systems eingeführt. Das folgende Kapitel stellt das Berechnungsverfahren nach dem Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 vor, mit dem diese Größen in den statischen Nachweisen zusammengeführt werden.

3. Berechnungsverfahren nach A 127

In diesem Kapitel wird das Berechnungsverfahren für erdverlegte Rohre nach ATV-DVWK-A 127 dargestellt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Ablauf und auf der Frage, warum das Verfahren an welcher Stelle welche Größe braucht. Die eigentliche Rechnung mit den Zahlen des untersuchten Rohres folgt in Kapitel 6. Sofern nicht anders angegeben, beziehen sich alle

nachfolgenden Verweise auf Abschnitte, Gleichungen, Tabellen oder Seiten dieses Arbeitsblatts.

3.1 Einordnung und Anwendungsbereich

Das Arbeitsblatt ATV-DVWK- A 127 „Statische Berechnung von Abwasserkanälen und -leitungen“ ist das in Deutschland maßgebende Regelwerk für die statische Berechnung erdverlegter Abwasserkanäle und -leitungen in offener Bauweise. Es wurde erstmals im Dezember 1984 veröffentlicht. Der bis heute gültige Berechnungskern geht auf die 3. Auflage zurück. Der vorliegenden Arbeit liegt die 5., korrigierte Auflage mit inhaltlichem Stand Oktober 2020 zugrunde (S. 2). Obwohl das Arbeitsblatt für Abwasserleitungen entwickelt wurde, gestattet es ausdrücklich die sinngemäße Anwendung auf andere erdverlegte Rohre (S. 6). Diese Aussage bildet die Grundlage dafür, das Verfahren im Rahmen dieser Arbeit auf das Verbundrohr bzw. Kunststoffmantelrohr zu übertragen.

Das Verfahren ist die rechnerische Umsetzung der in Kapitel 2.4.1 beschriebenen Rohr-Boden-Interaktion. Voraussetzung für die Gültigkeit des Verfahrens sind genormte Werkstoffeigenschaften sowie eine Bauausführung nach DIN EN 1610 (S. 6). Das Arbeitsblatt ist auf Standardfälle beschränkt. Bei extremen Randbedingungen wie etwa sehr großen oder sehr kleinen Überdeckungen, sind gesonderte Überlegungen erforderlich. Die Werkstoffkennwerte der ursprünglichen Tabelle 3 wurden durch das eigenständige Arbeitsblatt DWA-A 127-10 (2020) abgelöst. An der Berechnungssystematik ändert sich dadurch jedoch nichts (S. 14 f.).

Im Folgenden werden die Teile des Verfahrens dargestellt, die für den untersuchten Anwendungsfall relevant sind. Nicht behandelt werden Eisenbahn- und Flugzeugverkehrslasten, der Lastfall Innendruck, Flächenlasten aus Schüttgütern oder Bauwerksgründungen sowie die Sonderregelungen für Deformationsschichten und Sanierungsverfahren, für die eigenständige Regelwerke gelten.

Der Ablauf der Berechnung lässt sich in fünf Schritte gliedern. Zunächst die Ermittlung der Bodenspannungen in Rohrscheitelebene aus Erd- und Verkehrslasten, die noch unabhängig vom Rohrwerkstoff sind (Kapitel 3.2). Anschließend die Festlegung der maßgebenden Boden- und Bettungsparameter (Kapitel 3.3). Darauf aufbauend die Bestimmung der Rohrsteifigkeit und der daraus gebildeten Verhältnisgrößen (Kapitel 3.4.1). Aus der idealisierten Druckverteilung am Rohrumfang werden danach die Schnittgrößen in den einzelnen Bereichen ermittelt (Kapitel 3.5.1). Abschließend folgen aus den Schnittgrößen die Spannungen, Dehnungen und Verformungen, die den zulässigen Werten im Bruch-, Verformungs- und Stabilitätsnachweis gegenübergestellt werden (Kapitel 3.5.2).

3.2 Lastannahmen

3.2.1 Erdlast

Die mittlere vertikale Bodenspannung infolge Erdlast in Höhe des Rohrscheitels wird nach der Silotheorie berechnet:

$$p_E = \kappa \times \gamma_B \times h \quad (\text{Gl. 5.01}).$$

Darin sind γ_B die Wichte des Verfüllbodens und h die Überdeckungshöhe über dem Rohrscheitel. Der Abminderungsbeiwert $\kappa \leq 1$ erfasst die entlastende Wirkung von Reibungskräften an den Grabenwänden. Ein Teil des Gewichts der Grabenverfüllung hängt sich über Wandreibung an den anstehenden Boden. Maßgebend für die Abminderung sind der über das Erddruckverhältnis K_1 ausgedrückte Seitendruck auf die Grabenwände sowie der wirksame Wandreibungswinkel δ (S. 17). Über die Gleichung (5.04) geht zusätzlich das Verhältnis h/b von Überdeckungshöhe zu Grabenbreite ein.

Die anzusetzenden Werte für K_1 und δ folgen aus den Überschüttungsbedingung A1 - A4, welche die Verbauart und Verdichtung der Grabenverfüllung beschreiben (siehe Abbildung 7). Je nach gewählter Überschüttungsbedingung ergeben sich unterschiedliche Werte für den Wandreibungswinkel und damit auch für die rechnerische Abminderung der Erdlast infolge der Silowirkung. Die Überschüttungsbedingungen stellen somit keine Bodenkennwerte im eigentlichen Sinne dar, sondern beschreiben die baulichen Randbedingungen der Grabenverfüllung, die bei der Bemessung berücksichtigt werden (S. 17).

Überschüttungsbedingungen	K_1	δ	Verdichtung der Grabenverfüllung
A1	0,5	$2/3 \varphi'$	verdichtet, ohne Verdichtungsnachweis
A2	0,5	$1/3 \varphi'$	unverdichtet oder Verbau beim Verfüllen gezogen
A3	0,5	0	Verbau erst nach dem Verfüllen entfernt
A4	0,5	φ'	verdichtet, mit Verdichtungsnachweis nach ZTVE-StB

Abbildung 7: Überschüttungsbedingungen A1 bis A4 mit zugehörigem Erddruckverhältnis und Wandreibungswinkel (eigene Darstellung, in Anlehnung an ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 18 und Tabelle 4).

Voraussetzung für den Ansatz der Silotheorie ist, dass die Grabenwände als Reibungsflächen dauerhaft erhalten bleiben, die Verfüllung einen Verdichtungsgrad von $D_{Pr} > 90\%$ aufweist und $E_1 < E_3$ gilt. Mit zunehmender Grabenweite b geht κ gegen 1. Im Grenzfall der Dammschüttung entfällt die Abminderung vollständig (S. 17; Gl. 5.03).

3.2.2 Verkehrslast

Für Straßenverkehrslasten sind die Regelfahrzeuge nach DIN 1072 anzusetzen. Im Regelfall der Standardlastwagen SLW 60 mit einer Gesamtlast von 600 kN und einer Radlast von 100 kN (S. 12). Die zugehörige Bodenspannung in Rohrscheitelebene folgt aus:

$$p = a_F \times p_F \quad (\text{Gl. 5.07}).$$

Dabei ist p_F eine Näherung der maximalen Spannung nach der Halbraumtheorie von Boussinesq unter den Radlasten des Regelfahrzeugs (Gl. 5.08), die über die Hilfslasten F_A und F_E sowie die Hilfsradien r_A und r_E aus Tabelle 5 bestimmt wird. Der Korrekturfaktor a_F (Gl. 5.09) berücksichtigt die Druckausbreitung über dem Rohrquerschnitt und die mittragende Rohrlänge bei geringen Überdeckungen. Dabei wird eine Druckausbreitung im Boden mit einem Ausbreitungsverhältnis von 2:1 angenommen (S. 19). Die Näherung gilt in den Grenzen der Überdeckungshöhe mit $h \geq 0,5$ m und in der des mittleren Rohrdurchmessers mit $d_m \leq 5,0$ m (S. 20). Die untersuchten Einbautiefen und der gewählte Rohrdurchmesser liegen im gültigen Bereich, sodass die Näherungsgleichung uneingeschränkt anwendbar ist.

Die so ermittelte Spannung p ist abschließend mit dem Stoßbeiwert φ zu multiplizieren, der dynamische Lasterhöhungen des rollenden Verkehrs abdeckt und für den SLW 60 mit $\varphi = 1,2$ anzusetzen ist:

$$p_v = \varphi \times p \quad (\text{Gl. 5.11}).$$

Horizontale Bodenspannungen infolge Verkehrslasten werden nicht angesetzt (S.20).

Das Verhältnis der beiden Lastanteile p_E und p_v geht in die Wichtung der Rohrsteifigkeit nach Gleichung (6.10c, d) ein.

3.3 Bodenkennwerte und Bettung

Die in Kapitel 2.4.2 eingeführten Bodenkenngrößen gehen an drei Stellen in das Verfahren ein. Während die Wichte γ_B und der Reibungswinkel φ' in die Lastermittlung eingehen, werden die Verformungsmoduln für die Lastaufteilung und die Bettungssteifigkeiten für die Nachweise herangezogen. Maßgebend sind die Bodengruppe G1 bis G4 und der Verdichtungsgrad D_{Pr} , aus denen die Rechenwerte der Tabelle 1 folgen (S.11).

Im Verfahren werden vier Bodenzonen unterschieden, denen jeweils eigene Verformungsmoduln zugeordnet sind. Hierzu zählen die Überschüttung über dem Rohrscheitel (E_1), die Leitungszone seitlich des Rohres (E_2), der anstehende Boden neben dem Graben (E_3) sowie der Boden unterhalb des Rohres (E_4 , wobei in der Regel $E_4 = 10 \times E_1$ gilt) (S.24). Damit werden die lastseitig maßgebende Überschüttung und die für die seitliche Stützung maßgebende Leitungszone rechnerisch getrennt. Die Richtwerte E_1 und E_{20} folgen aus der Kombination von Überschüttungsbedingung (A1 bis A4) und Einbettungsbedingung (B1 bis B4), die beliebig kombinierbar sind (Tabelle 8; S. 24).

Der für die Stützwirkung maßgebende wirksame Verformungsmodul der Leitungszone wird aus dem Tabellenwert E_{20} über drei Abminderungsfaktoren gebildet:

$$E_2 = f_1 \times f_2 \times \alpha_B \times E_{20} \quad (\text{Gl. 6.02}).$$

Dabei berücksichtigt f_1 das Bodenkriechen, f_2 das Grundwasser und α_B die erschwerte Verdichtung in schmalen Gräben in Abhängigkeit vom Verhältnis b/d_a . Hierbei werden f_1 aus Tabelle 1, $f_2 = \frac{D_{Pr}-75}{20} \leq 1$ und α_B aus der Gleichung (6.03) oder dem Diagramm D5 entnommen. Ab einem Verhältnis von $b/d_a = 4$ entfällt der Beiwert α_B bzw. wird gleich eins gesetzt. (Diagramm D5, S. 25).

Aus E_2 folgt die vertikale (S_{Bv}) und horizontale (S_{Bh}) Bettungssteifigkeit, die dem Rohr auf der Bodenseite gegenübersteht:

$$S_{Bv} = \frac{E_2}{a}, S_{Bh} = 0,6 \times \zeta \times E_2 \quad (\text{Gl. 6.12 und Gl. 6.16}).$$

Der Faktor 0,6 erfasst die Spannungsausbreitung unter dem Bettungsreaktionsdruck, der Korrekturfaktor ζ berücksichtigt den Einfluss des anstehenden Bodens neben dem Graben und wird mit den Gleichungen (6.17 und 6.18) ermittelt (S. 28). Die relative Ausladung a beschreibt die Höhe der Bodenschicht neben dem Rohr, die gegenüber dem Rohr abweichende Setzungen

erfahren kann. Sie geht als wirksame relative Ausladung zusätzlich in die Lastaufteilung ein mit:

$$a' = a \times \frac{E_1}{E_2} \geq 0,26 \quad (\text{Gl. 6.05; S. 25}).$$

3.4 Lastaufteilung und Steifigkeitskenngrößen

3.4.1 Rohrsteifigkeit

Die einzige Eingangsgröße des Rohres für das Verfahren ist die Rohrsteifigkeit mit:

$$S_R = \frac{E_R \times I}{r_m^3} \quad \text{bzw.} \quad S_0 = \frac{E_R \times I}{d_m^3} = \frac{S_R}{8} \quad (\text{Gl. 6.10a und Gl. 6.10b}).$$

Beide Größen beschreiben dieselbe Steifigkeit, beziehen sich jedoch auf unterschiedliche Bezugsmaße. Während S_R auf den Radius r_m bezogen ist, bezieht sich S_0 auf den Durchmesser $d_m = 2 \times r_m$.

Für glattwandige Rohre gilt: $S_R = \frac{E_R}{12} \times \left(\frac{s}{r_m}\right)^3$ (Gl. 6.10a).

Damit ist festgelegt, dass die Rohrwand als homogener Rechteckquerschnitt der Höhe s und der Breite 1 mm mit $I = \frac{s^3}{12}$ behandelt wird. Alle Querschnittswerte sind auf einen Millimeter Rohrlänge bezogen. Aus der derselben Festlegung folgen die verwendeten Querschnittswerte $A = s$ und $W = \frac{s^2}{6}$ (Kapitel 3.5.1).

Die Rohrsteifigkeit beschreibt den Widerstand des Rohrringes gegen Ovalisierung (vgl. Kapitel 2.3). Für zeitabhängig verformende Werkstoffe ist beim Langzeitnachweis der Kriechmodul anzusetzen. Für den Langzeitnachweis bei anteiliger Kurz- und Langzeitbelastung sieht das Arbeitsblatt eine mit den Lastanteilen p_E und p_V gewichtete Rohrsteifigkeit vor. Für Rohre mit Nenn-E-Modul und Nennmaßen gilt:

$$\bar{S}_0 = \frac{I}{d_m^3} \times \frac{p_E \times E_{RL} + p_V \times E_{RK}}{p_E + p_V} \quad (\text{Gl. 6.10c})$$

Und für Rohre mit Nennsteifigkeit

$$\bar{S}_0 = \frac{p_E \times S_{0L} + p_V \times S_{0K}}{p_E + p_V} \quad (\text{Gl. 6.10d})$$

Der dauernd wirkende Erdlastanteil wird dem Langzeitwert, der kurzzeitig wirkende Verkehrslastanteil dem Kurzzeitwert zugeordnet. Da sich das Verhältnis p_E/p_V mit der Überdeckungshöhe verschiebt, ist die gewichtete Rohrsteifigkeit von der Einbautiefe abhängig.

Das Berechnungsmodell gilt aufgrund von Annahmen erst ab einer Mindestrohrsteifigkeit bei Langzeitbelastung von $\min S_R = 3 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^2$ (S. 27). Die Einhaltung dieser Grenze ist bei der Anwendung auf das Verbundrohr zu prüfen.

Aus Rohr- und Bodensteifigkeit werden zwei Verhältnisgrößen gebildet, die unterschiedliche Aufgaben haben:

$$V_S = \frac{8 \times S_0}{|c_v^*| \times S_{Bv}}, \quad V_{RB} = \frac{8 \times S_0}{S_{Bh}} \quad (\text{Gl. 6.08a und Gl. 6.15}).$$

Das Steifigkeitsverhältnis V_S steuert die Lastumlagerung und damit die Größe des Konzentrationsfaktors λ_R (S. 26). Die Systemsteifigkeit V_{RB} beschreibt den Grad der Inanspruchnahme horizontaler Bettungsreaktionsdrücke und dient als Kriterium für das Tragverhalten. Rohre mit $V_{RB} > 1$ gelten als biegesteif, Rohre mit $V_{RB} \leq 1$ als biegeweich (S. 28, 35).

V_{RB} ist damit der zentrale Wert des Verfahrens, welcher über den Ansatz des Erddruckverhältnisses K_2 (Tabelle 9, S. 25), über die Berücksichtigung des Bettungsreaktionsdruckes q_h^* und über die zu führenden Nachweise entscheidet (Kapitel 3.5). Da V_{RB} unmittelbar von S_0 abhängt, hängt der gesamte weitere Berechnungsablauf von der Rohrsteifigkeit ab.

3.4.2 Konzentrationsfaktoren und vertikale Gesamtlast

Die in Kapitel 2.4.1 eingeführten Konzentrationsfaktoren λ_R und λ_B beschreiben die Umlagerung der nach Kapitel 3.2 ermittelten mittleren Bodenspannungen. Beide sind aufgrund des Gleichgewichts gekoppelt (S. 22 f., S. 27).

$$\lambda_B = \frac{4 - \lambda_R}{3} \quad (\text{Gl. 6.07})$$

Da λ_B nicht negativ werden kann, folgt daraus zugleich $\lambda_R \leq 4$.

Die Ermittlung erfolgt über zwei Schritte. Zunächst wird der maximale Konzentrationsfaktor $\max \lambda$ für das gedachte unendlich starre Rohr auf nachgiebigem Boden bestimmt (Gl. 6.04). Für die Bestimmung werden die relative Ausladung a' (Gl. 6.05), das Verhältnis von E_4/E_1 und das Verhältnis h/d_a benötigt. Für $\max \lambda$ gelten die Abgrenzungen $1 \leq \max \lambda \leq 4$. Im zweiten Schritt wird die Nachgiebigkeit des realen Rohres über V_S berücksichtigt, woraus λ_R folgt (Gl. 6.06a; S. 26). Für Rohre großer Steifigkeit mit $V_{RB} > 1$ entfällt dieser zweite Schritt. Hier ist unmittelbar mit $\lambda_R = \max \lambda$ weiterzurechnen (S. 26).

In schmalen Gräben mit $1 \leq b/d_a \leq 4$ wird λ_R linear abgemindert (Gl. 6.21a), da sich die Spannungsumlagerung modellhaft über eine Breite von $4 \times d_a$ erstreckt. Zusätzlich begrenzt die Scherfestigkeit des Bodens die Umlagerung nach oben und unten ($\lambda_{fu} < \lambda_{RG} < \lambda_{fo}$). Der obere Grenzwert ist ausschließlich von der Überdeckungshöhe abhängig:

$$\text{Für } h \leq 10 \text{ m: } \lambda_{fo} = 4,0 - 0,15 \times h \quad (\text{Gl. 6.23a}).$$

Ab einer Überdeckungshöhe von $h > 10$ m kann hier mit einem konstantem Wert von $\lambda_{fo} = 2,5$ weitergerechnet werden (Gl. 6.23b). Die Einbautiefe ist hier also von besonderer Bedeutung.

Der untere Grenzwert des Konzentrationsfaktors λ_{fu} wird nach Gleichung (5.04) gebildet wobei κ durch λ_{fu} und die Grabenbreite b durch den Rohraußendurchmesser d_a zu ersetzen sind. Die Werte für K_1 und δ sind Tabelle 4 für die Überschüttungsbedingung A4 zu entnehmen (S. 31).

Die vertikale Gesamtlast auf das Rohr ergibt sich schließlich zu:

$$q_v = \lambda_{RG} \times p_E + p_V \quad (\text{Gl. 6.24}),$$

wobei nur die Erdlast mit dem Konzentrationsfaktor multipliziert wird. Die Verkehrslast geht ohne Konzentrationsfaktor ein.

3.4.3 Druckverteilung am Rohrumfang

Für die Schnittkraftermittlung wird die Belastung idealisiert. Die Auflast wird als vertikal gerichtete Flächenlast angenommen (S. 31). Für die Auflagerreaktion ist bei erdbetteter Verlegung Lagerungsfall I maßgebend, der für den Spannungs- und Dehnungsnachweis biegesteifer und biegeweicher Rohre gilt. Lagerungsfall III betrifft die Einbettung biegeweicher Rohre und Lagerungsfall II gilt ausschließlich für feste Betonaufleger und ist hier ohne Bedeutung (S. 31 f.). Bei biegeweichen Rohren wird der Auflagerwinkel für die Einbettungsbedingungen B2 oder B3 mit $2\alpha = 120^\circ$ und für B1 oder B4 mit $2\alpha = 180^\circ$ angesetzt (S. 31).

Der Seitendruck setzt sich aus zwei Anteilen zusammen. Der erdlastabhängige Anteil q_h beträgt:

$$q_h = K_2 \times (\lambda_B \times p_E + \gamma_B \times \frac{d_a}{2}) \quad (\text{Gl. 7.01})$$

Das Erddruckverhältnis K_2 ist Tabelle 9 zu entnehmen und beträgt 0,5 für biegesteife und 0,4 für biegeweiche Rohre.

Der zweite Anteil resultiert aus der Rohrverformung, wird als Bettungsreaktionsdruck (q_h^*) bezeichnet und wird durch eine Parabel mit dem Öffnungswinkel 120° angesetzt (Gl. 7.02a). Er ist die rechnerische Fassung der in Kapitel 2.4.1 beschriebenen seitlichen Stützwirkung und reduziert die Biegemomente erheblich. Bei $V_{RB} > 1$ ist $q_h^* = 0$ zu setzen (Tabelle 9).

3.5 Nachweisverfahren und Grenzwerte

3.5.1 Schnittgrößen, Spannungen, Dehnungen und Verformungen

Schnittgrößen

Im Berechnungsverfahren werden ausschließlich die Schnittkräfte, Spannungen und Verformungen in Ringrichtung untersucht. Dabei wird angenommen, dass die Druckverteilung sowie die zugehörigen Bodenreaktionen über die Rohrlängsrichtung konstant sind.

Für die Schnittgrößen werden die Biegemomente und Normalkräfte infolge der maßgebenden Lastkombination ermittelt. Hierzu zählen die Anteile aus Seitendruck, Bettungsreaktionsdruck, Eigengewicht und Wasserfüllung. Querkräfte können für nicht-profilierete Rohre vernachlässigt werden (S. 33). Für die vertikale Gesamtlast gilt:

$$M_{qv} = m_{qv} \times q_v \times r_m^2 \quad \text{und} \quad N_{qv} = n_{qv} \times q_v \times r_m \quad (\text{Gl. 8.01 und Gl. 8.02}).$$

Entsprechend werden die Anteile aus Seitendruck (GL. 8.03 und 8.04) und Bettungsreaktionsdruck (GL. 8.05 und 8.06) gebildet. Die Beiwerte m und n sind je Lagerungsfall und Schnittstelle in Tabellen T3 angegeben. Sie gelten nur für kreisförmige

Rohrquerschnitte mit einer konstanten Wanddicke (S. 47) und liegen für die Schnittstellen Scheitel, Kämpfer und Sohle vor.

Spannungen

Die Spannungen folgen aus:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \alpha_k \quad (\text{Gl. 8.13})$$

Das positive Vorzeichen gilt für die innere, das negative für die äußere Randfaser. Der Korrekturfaktor α_k berücksichtigt die Krümmung der jeweiligen Randfaser:

$$\alpha_{ki} = 1 + \frac{1}{3} \frac{s}{r_m}, \quad \alpha_{ka} = 1 - \frac{1}{3} \frac{s}{r_m} \quad (\text{Gl. 8.14a und Gl. 8.14b})$$

Diese Gleichung ist nicht unmittelbar auf das Verbundrohr anwendbar, da sich die Querschnittswerte A und W bei einem homogenen Rohr durch die Wanddicke ergeben. Bei einem dreischichtigen Verbundrohr mit unterschiedlichen Elastizitätsmoduln trägt jede Schicht dagegen selbst. Bei gleicher Dehnung ist die Spannung im Stahl größer als im Schaum. Eine einzige Zahl W kann diesen Unterschied nicht abbilden. Es wird je Schicht und Randfaser ein eigenes Widerstandsmoment benötigt (siehe Kapitel 6.6.1).

Dehnungen

Für Werkstoffe, deren Versagen dehnungsbedingt ist, wird an Stelle des Spannungsnachweises der Nachweis der Randfaserdehnungen durchgeführt. Diese ergeben sich aus den Schnittgrößen zu:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{s}{2r_m^3 \times 8S_0} \times \left(\frac{s \times N}{6} \pm M \times \alpha_k \right) \quad (\text{Gl. 8.15})$$

Die Formel ist im Arbeitsblatt so umgeformt, dass sie unmittelbar mit der Rohrsteifigkeit S_0 ausgewertet werden kann. Auch diese Form setzt $A = s$ und $W = s^2/6$ voraus.

Verformungen

Die vertikale Durchmesseränderung ergibt sich aus den drei Druckanteilen und den Verformungsbeiwerten c_v zu:

$$\Delta d_v = \frac{2 \times r_m}{8S_0} \times (c_{v,qv} \times q_v + c_{v,qh} \times q_h + c_{v,qh}^* \times q_h^*) \quad (\text{Gl. 8.16a}).$$

Die Verformungsbeiwerte c folgen aus der Ringstatik für den jeweiligen Lagerungsfall und sind in Tabelle 10a angegeben (S. 29). Die Tabellenwerte setzen voraus, dass Normalkraft- und Querkraftverformungen vernachlässigbar sind (Gl. 6.19a und Gl. 6.19b), ansonsten sind die Beiwerte nach Gl. 6.20 zu korrigieren. Die im Arbeitsblatt genannte Ausnahme für Glattrohre mit homogenem Wandaufbau ist auf das Verbundrohr nicht übertragbar, sodass die Bedingung im Rahmen der Berechnung zu prüfen ist.

Daraus folgt die relative vertikale Verformung mit:

$$\delta_v = \frac{\Delta d_v}{2 \times r_m} \times 100 [\%] \quad (\text{Gl. 8.17}).$$

3.5.2 Maßgebende Nachweise

Welche Nachweise zu führen sind, richtet sich nach dem über V_{RB} bestimmten Tragverhalten (S. 35).

Für biegesteife Rohre ($V_{RB} > 1$) ist der Spannungs-/Dehnungsnachweis bzw. der vereinfachte Tragfähigkeitsnachweis zu führen. Dieser kann jedoch für das Kunststoffmantelrohr nicht geführt werden, da hier eine genormte Scheiteldruckkraft F_N vorausgesetzt wird (Gl. 9.02).

Bei biegeweichen Rohren ($V_{RB} \leq 1$) sind zusätzlich ein Verformungs- sowie ein Stabilitätsnachweis erforderlich, da ihre Verformung die Lastumlagerung im Rohr-Boden-System wesentlich beeinflusst.

Kann ein Rohr nicht eindeutig einer der beiden Gruppen zugeordnet werden, sind die Nachweise für beide Verhaltensweisen zu führen (S. 35).

Sämtliche Nachweise sind sowohl für den Kurzzeit- als auch für den Langzeitzustand zu führen.

Der vorhandene Sicherheitswert ergibt sich aus dem Verhältnis beider Spannungen oder Dehnungen mit:

$$\gamma = \frac{\sigma_R}{\sigma} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon} \quad (\text{Gl. 9.01a und Gl. 9.01b})$$

Der so ermittelte Wert vorh γ ist mit dem erforderlichen Sicherheitsbeiwert erf γ nach den Tabellen 12 und 13 zu vergleichen (S. 35, 41 f.).

Beim Verformungsnachweis gilt im Langzeitnachweis der Grenzwert zul $\delta_v = 6\%$. Verformungen bis maximal 9% sind in begründeten Einzelfällen zulässig, sofern zusätzlich ein nichtlinearer Stabilitätsnachweis geführt wird (S.36).

Der Stabilitätsnachweis vergleicht die vorhandene Belastung mit der kritischen Beullast. Für den hier maßgebenden Lastfall der vertikalen Gesamtlast gilt:

$$\text{krit } q_v = 2 \times \kappa_{v2} \times \sqrt{8S_0 \times S_{Bh}} \quad \text{für } V_{RB} \leq 0,1 \quad (\text{Gl. 9.06a})$$

$$\text{krit } q_v = \kappa_{v2} \times \left(3 + \frac{1}{3 \times V_{RB}}\right) \times 8S_0 \quad \text{für } V_{RB} > 0,1 \quad (\text{Gl. 9.06b}).$$

Der Abminderungsfaktor κ_{v2} zur Berücksichtigung von Vorverformungen und elastisch-plastischem Bodenverhalten kann dem Diagramm D11 entnommen werden. Der Nachweis gegen äußeren Wasserdruck ist nur bei Grundwasser oberhalb der Rohrsohle erforderlich (S. 37). Da in dieser Arbeit kein Grundwasser angesetzt wird, entfällt dieser Nachweis und somit auch die Überlagerung beider Einwirkungen nach Abschnitt 9.5.3.3

Die erforderlichen Sicherheitswerte sind nach Versagensart und Sicherheitsklasse tabelliert. Tabelle 12 regelt das Versagen durch Bruch, Tabelle 13 das Versagen durch Instabilität. Sicherheitsklasse A gilt dabei als Regelfall mit einer Versagenswahrscheinlichkeit von $p_f=10^{-5}$, Sicherheitsklasse B als Sonderfall mit $p_f=10^{-3}$ (S. 41, Tabelle 12 und Tabelle 13). Werden beim Stabilitätsnachweis Vorverformungen rechnerisch berücksichtigt, darf der erforderliche Beiwert abgemindert werden. Ein Versagensnachweis bei nicht ruhender Belastung ist ab einer

Überdeckungshöhe von $h = 1,50\text{m}$ nicht mehr erforderlich, kann aber bei geringeren Überdeckungen erforderlich werden (S. 42).

Ein Schubnachweis ist in Abschnitt 9 nicht vorgesehen. Schubspannungen in der Rohrwand sind ausschließlich als Ergänzung für Rohre mit profilierter Wandung zu ermitteln (Abschnitt 9.6.2).

3.6 Folgerungen für das Verbundrohr

3.6.1 Übertragbarkeit der einzelnen Verfahrensschritte

Die Ermittlung der Bodenspannungen nach Kapitel 3.2 ist werkstoffunabhängig und damit uneingeschränkt auf das Kunststoffmantelrohr übertragbar. Gleiches gilt für die Boden- und Bettungsgrößen nach Kapitel 3.3, die allein von Bodenart, Verdichtung und Grabengeometrie abhängen.

Nicht unmittelbar anwendbar ist dagegen die rohrseitige Eingangsgröße. Die Rohrsteifigkeit nach Gleichung (6.10a) setzt einen homogenen, einschaligen Querschnitt mit einem einheitlichen Elastizitätsmodul voraus. Bei dreischichtigem Aufbau des Kunststoffmantelrohrs (vgl. Kapitel 2.2), dessen Steifigkeiten sich unterscheiden, existiert ein solches einheitliches Produkt $E_R \times I$ nicht.

Die Rohrsteifigkeit lässt sich für das Verbundrohr daher nicht unmittelbar angeben, geht jedoch an drei Stellen in das Verfahren ein. Zum einen über das Steifigkeitsverhältnis V_S in die Lastaufteilung (Kapitel 3.4.2), zum anderen über die Systemsteifigkeit V_{RB} und abschließend in die Verformungsberechnung nach Gleichung (8.16a).

An dieser Stelle setzt das Vorgehen dieser Arbeit an. Es wird eine äquivalente Steifigkeit des Verbundquerschnitts eingeführt und der Querschnitt damit als homogenes Ersatzrohr behandelt. Die Ersatzgröße wird in allen Berechnungsschritten verwendet, in denen die Rohrsteifigkeit eingeht. Dazu zählen die Lastaufteilung, die Ermittlung der Konzentrationsfaktoren, die Druckverteilung am Rohrumfang sowie die Schnittgrößen nach Abschnitt 8.1. Für einen Sandwichquerschnitt mit schubweicher Kernschicht enthält das Arbeitsblatt keine gesonderte Regelung.

3.6.2 Auswertung der Spannungen

Die Homogenisierung endet dort, wo für den Nachweis ein Rechenwert der Festigkeit benötigt wird. Der Spannungsnachweis vergleicht die vorhandene Spannung mit einem Rechenwert σ_R . Ein solcher Kennwert existiert für den Ersatzquerschnitt nicht, da dessen Elastizitätsmodul ein Rechenwert und kein Werkstoffkennwert ist. Die Rechenwerte der Festigkeit und zugehörigen Sicherheitsbeiwerte nach den Tabellen 12 und 13 sind werkstoffweise geführt und decken einen mehrschichtigen Querschnitt nicht ab (vgl. Kapitel 4.2).

Hinzu kommen die Querschnittswerte selbst. Die in Gleichung (8.13) einzusetzenden Werte $A = s$ und $W = s^2/6$ folgen aus der Festlegung des Arbeitsblatts, die Rohrwand als homogenen Rechteckquerschnitt mit mittiger Nulllinie zu behandeln (Kapitel 3.4.1). Im Verbundquerschnitt liegt die Biegeachse dagegen dort, wo sich die Steifigkeitsanteile der Schichten ausgleichen.

Die Spannungen werden deshalb aus den mit der Ersatzsteifigkeit ermittelten Schnittgrößen am jeweiligen Werkstoff ausgewertet. Gleichung (8.13) bleibt unverändert. Ausgetauscht werden nur die Querschnittswerte. Ihre Herleitung erfolgt in Kapitel 6.6.1.

Gleichung (8.13) unterscheidet zwischen der inneren und äußeren Randfaser der Rohrwand. Beim betrachteten Querschnitt sind das die Innenseite des Stahl-Mediumrohrs und die Außenseite der PE-HD-Ummantelung. Diese beiden Fasern sind zugleich die innere und äußere Randfaser der Gesamtwand.

Die dazwischen liegende Dämmschicht wird nicht gesondert nachgewiesen. Sie bildet keine Randfaser im Sinne von (8.13) und ihr Elastizitätsmodul ist sehr gering, sodass sich nur geringe Spannungen ergeben würden.

Damit ist das Verfahren so weit erläutert, dass es auf das Kunststoffmantelrohr übertragen werden kann. Kapitel 4 stellt zunächst die Eingangsparameter zusammen. Kapitel 5 leitet die äquivalente Steifigkeit des Verbundquerschnitts her und bestimmt daraus die Querschnittswerte des Ersatzrohres. Kapitel 6 führt die Berechnung nach dem in Kapitel 3.1 beschriebenen Ablauf durch. Ob sich das Kunststoffmantelrohr dabei biegeweich oder biegesteif verhält und welcher Nachweisweg nach Kapitel 3.5.2 maßgebend wird, hängt unmittelbar von der äquivalenten Steifigkeit ab und ist selbst ein Ergebnis dieser Arbeit.

4. Eingangsparameter

4.1 Betrachtetes Verbundrohr

Für die Untersuchung wird ein Kunststoffmantelrohr betrachtet, das sich aus einem Stahl-Mediumrohr der Nennweite DN 100, einer Wärmedämmung aus Polyurethan-Hartschaum und einer Ummantelung aus PE-HD zusammensetzt. Das Stahl-Mediumrohr weist einen Außendurchmesser von 114,3 mm und eine Mindestwanddicke von 3,6 mm auf (DIN EN 253, 2024, Tabelle 1). Die Ummantelung ist der Wärmedämmserie 1 zugeordnet und besitzt einen Außendurchmesser von 200 mm bei einer Mindestwanddicke von 3,2 mm (DIN EN 253, 2024, Tabelle 3 und Tabelle 4). Die Dicke der Dämmschicht ist in der Norm nicht angegeben, daher ergibt sie sich aus der Differenz zwischen dem Innenradius der Ummantelung und dem Außenradius des Stahl-Mediumrohrs zu:

$$s_2 = (200 \text{ mm} - 2 \times 3,2 \text{ mm} - 114,3 \text{ mm}) / 2 = 39,65 \text{ mm}$$

Daraus folgt eine Gesamtwanddicke des Verbundrohrs von 46,45 mm bei einem Außendurchmesser von 200 mm.

Die Nennweite DN 100 wird gewählt, weil Leitungen dieser Größenordnung im Fernwärmenetz für Verteilleitungen eingesetzt werden. Sie liegt damit weder im Bereich der Hausanschlussleitungen noch im Bereich der Transportleitungen, für die abweichende Verlegebedingungen gelten (vgl. Kapitel 2.1).

Von den drei genormten Wärmedämmserien weist Serie 1 die geringste Dämmschichtdicke auf. Da die Dämmschicht im Verbundquerschnitt den Abstand zwischen den beiden Randschichten bestimmt, ist die Verbundwirkung bei dieser Serie am schwächsten ausgeprägt. Die Wahl liegt

somit auf der sicheren Seite. Größere Dämmschichtdicken führen zu einem größeren Hebelarm und damit zu einer höheren äquivalenten Steifigkeit. Der Einfluss der Dämmschichtdicke wird in Kapitel 7 aufgegriffen.

4.2 Werkstoffkennwerte

Für die Ermittlung der äquivalenten Steifigkeit in Kapitel 5 sind die Elastizitätsmoduln aller drei Schichten erforderlich. Da das Arbeitsblatt zwischen kurzzeitiger und dauernder Belastung unterscheidet und die Steifigkeit bei anteiliger Beanspruchung entsprechend gewichtet, sind für die zeitabhängigen Werkstoffe jeweils beide Werte anzusetzen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.10c).

Die Rechenwerte der beteiligten Werkstoffe werden dem Arbeitsblatt DWA- A 127-10 entnommen, da die statische Berechnung auf der Arbeitsblattreihe DWA-A 127 aufbaut und die dort angegebenen Werte auf dieses Rechenverfahren abgestimmt sind (DWA-A 127-10, 2020, Abschnitt 1). Es handelt sich um charakteristische Werte, denen ein Bemessungszeitraum von 50 Jahren und eine längerfristig wirkende Temperatur von 20°C zugrunde liegen (DWA-A 127-10, 2020, Abschnitt 4.1).

Für das Stahl-Mediumrohr gelten ein Elastizitätsmodul von $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$, eine Wichte von $\gamma_R = 78,5 \text{ kN/m}^3$ und eine Querdehnzahl von $\nu = 0,3$. Sämtliche Festigkeitskennwerte liegen einheitlich bei 245 N/mm^2 (DWA-A 127-10, 2020, Tabelle 3). Die DWA-A 127-10 gibt für Stahl nur einen Elastizitätsmodul an. Eine Unterscheidung zwischen Kurzzeit- und Langzeitwerten entfällt daher.

Die Rechenwerte für die PE-HD-Ummantelung gelten einheitlich für PE 63, PE 80 und PE 100 und sind damit unabhängig von der Güte der Ummantelung anwendbar. Die Wichte beträgt $\gamma_R = 9,4 \text{ kN/m}^3$, die Querdehnzahl $\nu = 0,38$ (DWA-A 127-10, 2020, Tabelle 7). Maßgeblich ist die ausgeprägte Zeitabhängigkeit. Der Elastizitätsmodul fällt vom Kurzzeitwert $E_K = 800 \text{ N/mm}^2$ auf den Langzeitwert $E_L = 160 \text{ N/mm}^2$ und damit um den Faktor 5 ab, während der Stahl seine Steifigkeit unverändert beibehält. Beide Zeitbezüge werden im Folgenden betrachtet.

Für den PUR-Hartschaum enthält die DWA-A 127-10 keine Rechenwerte. Die Werkstofftabellen erfassen ausschließlich die in den aufgeführten Normen beschriebenen Rohrwerkstoffe. Geschichtete Wandaufbauten sind ausdrücklich nicht abgedeckt und erfordern Einzelfallbetrachtungen (DWA-A 127-10, 2020, Abschnitt 4.1). Damit weicht das betrachtete Verbundrohr sowohl hinsichtlich des Schichtaufbaus als auch hinsichtlich des Werkstoffs der Zwischenschicht vom Anwendungsbereich ab.

Auch die DIN EN 253 gibt keinen Elastizitätsmodul an. Sie fordert für den Schaum lediglich eine Druckspannung von mindestens $0,3 \text{ N/mm}^2$ bei 10 % relativer Verformung in radialer Richtung sowie eine Dichte von mindestens 55 kg/m^3 (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.4.3 und Abschnitt 4.4.4). Für das Verbundrohrsystem ist zusätzlich eine axiale Scherfestigkeit von $\tau_{ax} \geq 0,12 \text{ N/mm}^2$ bei 23°C nachzuweisen (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.5.6.2, Tabelle 6). Ein normativer Steifigkeitskennwert für die Dämmschicht steht damit nicht zur Verfügung.

Messwerte liegen jedoch aus einer experimentellen Untersuchung an Verbundrohren vor, die hier den betrachteten Querschnitt abdeckt. Geprüft wurden unter anderem Rohre der Nennweite DN 100 mit Stahl-Mediumrohr, PUR-Hartschaum und glatter PE-Ummantelung in der Dämmserie 1. Die Elastizitätsmoduln wurden bei einachsiger Druckprüfung aus der Anfangssteigung der Spannungs-Dehnungs-Kurve in den drei orthogonalen Richtungen bestimmt. Sie betragen $5,2 \text{ N/mm}^2$ und $7,7 \text{ N/mm}^2$ quer zur Rohrachse sowie $53,6 \text{ N/mm}^2$ in Richtung der Rohrachse. Die Dichte des Schaums wurde zu $75,6 \text{ kg/m}^3$ ermittelt (Doyle et al., 2019, Tabelle 2).

Der Schaum ist damit anisotrop. Die Zellen werden beim Aufschäumen in einer Form durch Viskositätskräfte in Aufstiegsrichtung gestreckt (Gibson & Ashby, 1997, Kap. 2, S. 37). Diese verläuft bei der Herstellung des Verbundrohrs axial zur Rohrlänge. Für das untersuchte Rohr DN 100 wurde darüber hinaus orthotropes Verhalten nachgewiesen (Doyle et al., 2019, Abschnitt 4.1).

Da der Querschnitt als Ring unter Biegung betrachtet wird, ist der Schaum quer zur Rohrachse beansprucht. Maßgebend ist damit der kleinere der beiden in dieser Ebene gemessenen Werte (Doyle et al., 2019, Tabelle 2):

$$E_{\text{PUR}} = 5,2 \text{ N/mm}^2$$

Der Wert stammt aus Prüfungen an Rohren eines Herstellers mit jeweils fünf Prüfkörpern je Richtung. Da keine Angaben zum Kriechverhalten der Dämmschicht vorliegen, wird der Wert sowohl für die Kurzzeit- als auch für die Langzeitbetrachtung verwendet. Da der Elastizitätsmodul der Dämmschicht der am schwächsten belegte Eingangswert bleibt, wird sein Einfluss auf das Ergebnis in Kapitel 5.9 durch eine Sensitivitätsbetrachtung untersucht.

Die Wichte des Schaums ist in der DWA-A 127-10 ebenfalls nicht geregelt. Sie wird aus der gemessenen Dichte von $75,6 \text{ kg/m}^3$ zu $\gamma_R = 0,74 \text{ kN/m}^3$ abgeleitet und geht in die Eigenlast des Rohrs ein. Die Mindestanforderung der DIN EN 253 von 55 kg/m^3 wird damit deutlich überschritten.

4.3 Einbautiefen

Kunststoffmantelrohre werden im Regelfall direkt im Erdreich verlegt (Weidlich, 2024, Kapitel 39.2). Wie in Kapitel 2.4.3 beschrieben, verhalten sich Erd- und Verkehrslast gegenläufig zur Überdeckungshöhe. Da das Verhältnis von p_E zu p_V nach Gleichung (6.10c) die Gewichtung von Langzeit- und Kurzzeitmodul steuert (vgl. Kapitel 4.2), verändert die Einbautiefe nicht nur allein die Größe der Beanspruchung, sondern auch die anzusetzende Steifigkeit des Verbundrohrquerschnitts. Sie ist somit der maßgebende Variationsparameter dieser Arbeit.

Für erdverlegte Kunststoffmantelrohre kommt hinzu, dass die direkte Verlegung ohne Kanal eine ausgeprägte Interaktion mit dem umgebenden Baugrund zur Folge hat. Bei der statischen Auslegung von KMR-Systemen sind daher die auftretenden Reibungskräfte und Bettungsdrücke am Rohrmantel zu berücksichtigen, da eine Fehleinschätzung der im Boden wirkenden Kräfte zu einem vorzeitigen Versagen des Leitungssystems führen kann (Weidlich, 2024, Kapitel 39.2).

Wie in Kapitel 2.4.3 beschrieben, bezieht sich die Einbautiefe auf die Überdeckungshöhe h . Untersucht werden die Einbautiefen 1 m, 2 m und 4 m. Die Wahl deckt geringe, mittlere und große Überdeckungen ab.

Die untere Grenze von 1 m ergibt sich aus den Gültigkeitsgrenzen des Rechenverfahrens. Die Ermittlung der Verkehrslast gilt erst ab einer Überdeckungshöhe von 0,5 m, und unterhalb von 0,80 m sind unter befestigter Fahrbahn örtliche Vorverformungen anzusetzen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.2.1 und Abschnitt 9.5.2). Auch die DIN EN 13941-1 fordert eine ausreichende Verlegetiefe und nennt die geringe Bodenüberdeckung ausdrücklich als Fall, in dem die vertikale Stabilität zu untersuchen ist (DIN EN 13941-1, 2022, Abschnitt 6.5.9). Mit 1 m liegt die geringste Einbautiefe oberhalb dieser Schwellen, sodass das Verfahren ohne Sonderbetrachtung anwendbar bleibt.

Die obere Grenze von 4 m folgt aus den Rechenwerten für den Boden. Die Verformungsmoduln E_B nach Tabelle 1 beziehen sich auf Auflastspannungen aus 5 m Überdeckung entsprechend $p_E = 0,1 \text{ N/mm}^2$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 3.1). Für höhere Spannungen steigen die Verformungsmoduln an und dürfen ab 5 m Überdeckung in Abhängigkeit von der Auflastspannung erhöht werden (ATV-DVWK-A 127, 2020, Vorwort zur 3. Auflage). Bei 4 m bleiben die Tabellenwerte somit unverändert anwendbar, eine Anpassung der Bodenkennwerte entfällt.

Die mittlere Einbautiefe von 2 m ergibt sich aus der Abstufung zwischen den beiden Grenzwerten, da die Verkehrslast mit der Tiefe nicht linear, sondern degressiv abnimmt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Diagramm D2 d). Auch die Diagramme zur Straßenverkehrslast sind im Arbeitsblatt an dieser Stelle getrennt. Die Diagramme D2 a bis c erfassen den Bereich von 0,5 m bis 2 m, das Diagramm D2 d den Bereich von 2 m bis 10 m (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.2.1). Damit ist der Übergang von verkehrslast- zu erdlastdominierter Beanspruchung abgedeckt.

Da alle betrachteten Einbautiefen oberhalb von 0,8 m und unterhalb von 5 m liegen, werden alle Bodenkennwerte über die Berechnungen konstant gehalten. Boden, Verdichtung, Grabenform sowie Einbettungs- und Überschüttungsbedingung sind in Kapitel 4.4 festgelegt. Die Überdeckungshöhe bleibt damit die einzig veränderliche Größe, sodass sich Unterschiede in den Ergebnissen ausschließlich auf sie zurückführen lassen.

4.4 Boden und Randbedingung der Verlegung

Im Rechenverfahren nach ATV-DVWK-A 127 wird der Boden als Bestandteil des Tragsystems angesetzt. Die Lastaufteilung zwischen Rohr und Boden, die Druckverteilung am Rohrumfang und die Bettungsreaktion hängen daher unmittelbar von den Einbaubedingungen ab. Welche Angaben hierfür erforderlich sind, fasst das Arbeitsblatt in Anhang 2 zusammen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Anhang 2). Die nachfolgenden Festlegungen orientieren sich an diesem Anhang und gelten unverändert für alle drei Einbautiefen.

Für alle Bodenzonen wird ein nichtbindiger Sand der Bodengruppe G1 angesetzt. Die DIN EN 13941-1 fordert für das Bettungsmaterial von Fernwärmeleitungen aus Gründen der axialen Rohr-Boden-Interaktion ausdrücklich körniges Material (DIN EN 13941-1, 2022,

Abschnitt 6.5.3.2). Das Arbeitsblatt lässt in der Leitungszone (LZ) für Rohre, deren Bemessung einen Verformungsnachweis erfordert, nur Böden der Gruppen G1 bis G3 zu (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 4.1). Beide Anforderungen sind mit der Bodengruppe G1 erfüllt. Als Rechenwerte gelten eine Wichte von $\gamma_B = 20 \text{ kN/m}^3$ und ein innerer Reibungswinkel von $\phi' = 35^\circ$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 1). Da derselbe Boden als anstehender Boden, in der Leitungszone und als Überschüttung angesetzt wird, entfallen Übergänge zwischen unterschiedlichen steifen Zonen.

Angesetzt werden die Überschüttungsbedingung A1 und die Einbettungsbedingung B1, also eine Einbettung ohne Nachweis des Verdichtungsgrades (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.1.2 und Abschnitt 6.2.1). Ein Verbau wird nicht berücksichtigt. Gegenüber den Bedingungen A4 und B4, die einen Verdichtungsnachweis nach ZTVE-StB voraussetzen, liegt diese Wahl auf der sicheren Seite, da sie zu geringeren Verformungsmoduln führt. Für die Bodengruppe G1 ergibt sich daraus ein Verdichtungsgrad von $D_{Pr} = 95 \%$ sowie $E_1 = E_{20} = 16 \text{ N/mm}^2$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 8). Der Überschüttungsbedingung A1 sind ein Erddruckverhältnis von $K_1 = 0,5$ und ein Wandreibungswinkel von $\delta = \frac{2}{3} \phi'$ zugeordnet (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 4).

Die Erdlast wird ohne Abminderung nach der Silotheorie angesetzt. Das Arbeitsblatt lässt eine Abminderung zu, sofern die Grabenwände als Reibungsflächen dauerhaft erhalten bleiben, die Verfüllung einen Verdichtungsgrad von $D_{Pr} > 90 \%$ aufweist und $E_1 \leq E_3$ gilt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 5.2.1.1). Diese Voraussetzungen sind hier erfüllt. Hinzu kommt, dass der Abminderungsbeiwert beim geböschten Graben nach Gleichung (5.06) und Gleichung (5.04) interpoliert wird und sich damit dem Wert 1 nähert. Der Abminderungsbeiwert wird daher zu $\kappa = 1$ gesetzt. Der Ansatz erfasst die volle Auflast der Grabenverfüllung und liegt somit auf der sicheren Seite.

Da der ausgehobene Boden in der Leitungszone wieder eingebaut wird, gilt $E_3 = E_{20}$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 6.2.2). Mit dem Reduktionsfaktor für das Kriechen $f_1 = 1,0$ für die Bodengruppe G1 (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 1) und $\alpha_B = 1$ folgt aus Gleichung (6.02) ein wirksamer Verformungsmodul von $E_2 = 16 \text{ N/mm}^2$. Damit wird $E_2 = E_3$ und der Korrekturfaktor für die horizontale Bettungssteifigkeit nimmt den Wert $\zeta = 1$ an (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 6.3.3). Für den Boden unter dem Rohr wird $E_4 = 10 \times E_1$ angesetzt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 6.2.2).

Grundwasser wird nicht angesetzt. Der Abminderungsfaktor f_2 nimmt damit den Wert 1,0 an und der Stabilitätsnachweis gegen äußeren Wasserdruck entfällt (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.01). Für den Lastfall Wasserfüllung wird die Wichte des Wassers zu $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ angesetzt.

Die Berechnung erfolgt nach Lagerungsfall I mit Auflagerung im Boden sowie vertikal gerichteten und rechteckförmig verteilten Reaktionen. Dieser Lagerungsfall gilt für den Spannungs- und Dehnungsnachweis biegesteifer wie biegeweicher Rohre (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 7.2.1). Der Auflagerwinkel wird zu $2\alpha = 120^\circ$ angesetzt. Für die Einbettungsbedingung B1 dürfte auch $2\alpha = 180^\circ$ gesetzt werden. Der kleinere Wert führt jedoch

zu größeren Biegemomenten und liegt damit auf der sicheren Seite. Die relative Ausladung wird zu $a = 1,0$ angenommen.

Für die Nachweise wird die Sicherheitsklasse A angesetzt. Sie gilt als Regelfall und ist bei Gefährdung des Grundwassers, Beeinträchtigung der Nutzung oder beachtlichen wirtschaftlichen Folgen eines Versagens maßgebend (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 9.7.2).

Als Verkehrslast wird das Regelfahrzeug SLW 60 nach DIN 1072 angesetzt (vgl. Kapitel 3.2.2). Es ist das schwerste der drei Regelfahrzeuge und erfasst zugleich EG-Fahrzeuge gemäß Richtlinie 85/ EWG (ATV-DVWK-A 127, 2020, Abschnitt 3.2.1). Da die Untersuchung auf dem Übergang von verkehrslast- zu erdlastdominierter Beanspruchung beruht, ist die Wahl der größten Verkehrslast hier maßgebend. Der zugehörige Stoßbeiwert beträgt $\phi = 1,2$ (ATV-DVWK-A 127, 2020, Tabelle 6).

4.5 Zusammenstellung aller Eingangsgrößen

Die in den Kapiteln 4.1 bis 4.4 getroffenen Festlegungen sind auf der nächsten Seite als Tabelle zusammengefasst (siehe Tabelle 1). Die Zusammenstellung gliedert sich nach Rohrgeometrie, Werkstoffkennwerten, Einbautiefe, Bodenkennwerte, Verlegebedingungen und Lastannahmen. Sämtliche Werte gelten unverändert für alle drei Berechnungen. Der einzige Wert der sich hier verändert, ist die Überdeckungshöhe h .

Tabelle 1: Zusammenstellung der Eingangsgrößen

Größe	Formelzeichen	Wert	Einheit
Verbundrohr (Kapitel 4.1)			
Nennweite	DN	100	-
Wanddicke Stahl-Mediumrohr	s_1	3,6	mm
Wanddicke PUR Dämmschicht	s_2	39,65	mm
Wanddicke PE-HD-Ummantelung	s_3	3,2	mm
Gesamtwanddicke	s_{ges}	46,45	mm
Außendurchmesser Stahl-Mediumrohr	d_1	114,3	mm
Außendurchmesser PUR Dämmschicht	d_2	193,6	mm
Außendurchmesser PE-HD-Ummantelung	$d_3 = d_a$	200	mm
Innendurchmesser des Verbundrohrs	d_i	107,1	mm
Wärmedämmserie	-	Serie 1	-
Werkstoffkennwerte (Kapitel 4.2)			
Elastizitätsmodul Stahl-Mediumrohr	E_{Stahl}	210.000	N/mm ²
Elastizitätsmodul PUR Dämmschicht	E_{PUR}	5,2	N/mm ²
Elastizitätsmodul PE-HD-Ummantelung	$E_{PE,K} ; E_{PE,L}$	800 ; 160	N/mm ²
Wichte Stahl-Mediumrohr	$\gamma_{R,1}$	78,5	kN/m ³
Wichte PUR Dämmschicht	$\gamma_{R,2}$	0,74	kN/m ³
Wichte PE-HD-Ummantelung	$\gamma_{R,3}$	9,4	kN/m ³
Einbautiefe (Kapitel 4.3)			
Überdeckungshöhe	h	1,0 / 2,0 / 4,0	m
Bodenkennwerte (Kapitel 4.4)			
Bodengruppe	G	G1	-
Wichte des Sandbodens	γ_B	20	kN/m ³
Innerer Reibungswinkel des Sandbodens	φ'	35	°
Verformungsmodul Zone 1-3	$E_1 = E_2 = E_3$	16	N/mm ²
Verformungsmodul Zone 4	E_4	160	N/mm ²
Verdichtungsgrad	D_{Pr}	95	%
Abminderungs- und Korrekturbeiwerte	$f_1 = f_2 = \alpha_B = \zeta$	1,0	-
Verlegebedingungen (Kapitel 4.4)			
Überschüttungsbedingung		A1	-
Einbettungsbedingung		B1	-
Erddruckverhältnis	K_1	0,5	-
Wandreibungswinkel	δ	$\frac{2}{3} \times \varphi'$	°
Silo-Abminderungsbeiwert	κ	1,0	-
Grabenform	-	gebösch	-
Grabenbreite	b	1,0	m
Lagerungsfall	-	I	-
Auflagerwinkel	2α	120	°
relative Ausladung	a	1,0	-
Sicherheitsklasse	-	A	-
Lastannahmen (Kapitel 4.4)			
Verkehrslast	-	SLW 60	-
Stoßbeiwert	φ	1,2	-
Wichte des Wasser	γ_w	10	kN/m ³

Nicht enthalten sind das Flächenträgheitsmoment I , die Querschnittsfläche A und das Widerstandsmoment W , der Radius der Wandschwerachse r_m sowie der mittlere Rohrdurchmesser d_m . Diese Größen setzen einen homogenen Querschnitt voraus und lassen sich für das dreischichtige Verbundrohr nicht unmittelbar aus den Abmessungen bestimmen. Sie sind Ergebnis der Herleitung in Kapitel 5 und werden dort für das homogene Ersatzrohr festgelegt (Kapitel 5.6 und 5.7). Gleiches gilt für das Erddruckverhältnis K_2 , dessen Ansatz nach Tabelle 9 des Arbeitsblattes davon abhängt, ob die Systemsteifigkeit V_{RB} den Wert 1 über- oder unterschreitet. Diese Zuordnung steht erst nach Ermittlung der äquivalenten Rohrsteifigkeit fest.

Damit sind alle rohr-, boden- und lastseitigen Eingangsgrößen festgelegt. Es fehlt allein die Rohrsteifigkeit, welche im folgenden Kapitel betrachtet wird.

5. Bestimmung der äquivalenten Steifigkeit des Verbundrohrs

Das in Kapitel 3 dargestellte Berechnungsverfahren benötigt als einzige rohrseitige Eingangsgröße die Rohrsteifigkeit. Diese ergibt sich aus dem Produkt von Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment der Rohrwand und wird auf die dritte Potenz des Radius der Rohrwandachse bezogen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.10a). Da die Gleichung einen homogenen und einschaligen Querschnitt mit einem einheitlichen Elastizitätsmodul voraussetzt, kann sie auf das dreischichtige Verbundrohr nicht unmittelbar angewendet werden. Für die Berechnung ist daher eine äquivalente Ersatzsteifigkeit zu bestimmen (vgl. Kapitel 4.2).

Die Bestimmung einer geeigneten Ersatzgröße beschränkt sich dabei nicht auf die reine Berechnung. Der Wert der Ersatzsteifigkeit hängt nicht nur von der Querschnittsgeometrie und den Werkstoffkennwerten ab, sondern auch davon, in welchem Maß die einzelnen Schichten des Verbundrohrs zusammenwirken. Da das Arbeitsblatt für einschalige Rohrquerschnitte entwickelt wurde, trifft es hierzu keine Annahmen. Die Beschreibung der Verbundwirkung ist daher im Rahmen dieser Arbeit eigenständig festzulegen.

Da die Ersatzsteifigkeit des Verbundrohrs nicht direkt bestimmt werden kann, wird sie im Folgenden nicht als Einzelwert angesetzt, sondern zwischen zwei mechanisch eindeutig beschreibbaren Grenzfällen eingeordnet. Der erste Grenzfall beschreibt den Querschnitt ohne Verbundwirkung, der zweite den Querschnitt mit starrem Verbund. Das reale Trag- und Verformungsverhalten ist zwischen diesen beiden Grenzfällen zu erwarten. Das tatsächliche Verhalten wird anschließend mit der Sandwichtheorie eingeordnet.

Das Kapitel gliedert sich entsprechend. Zunächst wird der gewählte Ansatz in die Theorie der Verbund- und Sandwichkonstruktionen eingeordnet (Kapitel 5.1) und das mechanische Modell mit den zugehörigen Annahmen festgelegt (Kapitel 5.2). Darauf folgt die Bestimmung der beiden Grenzfälle (Kapitel 5.3 und 5.4) sowie die Einordnung des realen Verhaltens (Kapitel 5.5). Abschließend wird die ermittelte Biegesteifigkeit in die Rohrsteifigkeit nach dem Arbeitsblatt überführt (Kapitel 5.6) und daraus werden die Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres bestimmt (Kapitel 5.7). Anschließend wird das Tragverhalten bewertet (Kapitel 5.8) und das Ergebnis überprüft (Kapitel 5.9).

Der Begriff Systemsteifigkeit wird in dieser Arbeit in zwei unterschiedlichen Zusammenhängen verwendet und ist daher voneinander abzugrenzen. Die Systemsteifigkeit V_{RB} nach dem Arbeitsblatt bezeichnet das dimensionslose Verhältnis von Rohrsteifigkeit zu horizontaler Bettungssteifigkeit und beschreibt das Zusammenwirken von Rohr und Boden (vgl. Kapitel 3.4.1). Die in diesem Kapitel hergeleitete äquivalente Biegesteifigkeit $EI_{\ddot{a}q}$ ist dem gegenüber eine dimensionsbehaftete Querschnittsgröße, die das Zusammenwirken der Rohrschichten erfasst. Die daraus abgeleitete Eingangsgröße für das Berechnungsverfahren nach dem Arbeitsblatt wird im Folgenden als äquivalente Rohrsteifigkeit $S_{R,\ddot{a}q}$ bezeichnet. Alles

5.1 Einordnung in die Theorie der Verbund- und Sandwichkonstruktionen

Mehrschichtige Rohrkonstruktionen sind in der Rohrleitungstechnik ein etablierter Bauteiltyp. Als mehrschichtige gelten Rohre, deren Wandaufbau aus mindestens zwei abgrenzenden Schichten unterschiedlicher Werkstoffe besteht, die untereinander einen kraft- und formschlüssigen Verbund bilden. Unterschieden werden dabei Trägerrohrsysteme und vollwertige Mehrschichtverbundrohrsysteme. Das Unterscheidungsmerkmal liegt in der primären Funktion der einzelnen Schichten und insbesondere in deren Beteiligung am Lastabtrag innerhalb der Rohrwandung (Helbig, 2024, Kap. 38).

Diese Unterscheidung entspricht unmittelbar der in diesem Kapitel zu klärenden Frage. Beim Trägerrohrsystem übernimmt eine Schicht den Lastabtrag, während die übrigen Schichten ergänzende Funktionen erfüllen. Beim vollwertigen Mehrschichtverbundrohr beteiligen sich hingegen alle Schichten am Lastabtrag. Auf das Kunststoffmantelrohr übertragen stellt sich die Frage, trägt allein das Stahl-Mediumrohr, während Dämmung und Ummantelung ausschließlich der thermischen Isolierung und dem mechanischen Schutz dienen, oder ob alle drei Schichten am Ringverhalten mitwirken.

Mechanisch lässt sich der Querschnitt des Kunststoffmantelrohrs darüber hinaus als Sandwichquerschnitt beschreiben. Sandwichquerschnitte sind Verbundquerschnitte, die in der Regel aus zwei außen liegenden Deckschichten und einer innen liegenden Kernschicht bestehen. Diese sind schub- und zugfest miteinander verbunden, um eine gemeinsame Tragwirkung des Mehrschichtensystems zu erreichen. Fast alle Sandwichtypen weisen dehnsteife Deckschichten und einen schubweichen Kern auf (Stamm & Witte, 1974, S. 1).

Für dünne Deckschichten beschreiben Stamm und Witte das Tragverhalten am Beispiel einer ebenen Sandwichplatte mit zwei dünnen Deckschichten aus Stahl und einer Kernschicht aus Polyurethanschaum. Diese Schichten besitzen nur eine geringe Tragfähigkeit, da die Deckbleche eine geringe Biegesteifigkeit aufweisen und die Kernschicht wegen des geringen Elastizitätsmoduls des Schaums biegeweich ist. Erst durch die schub- und zugfeste Verbindung entsteht ein Tragwerk mit erheblich höherer Tragfähigkeit (Stamm & Witte, 1974, S. 3). Der Aufbau des Kunststoffmantelrohrs entspricht dieser Werkstoffkombination unmittelbar, da Stahl-Mediumrohr und PE-HD-Ummantelung die Deckschichten und die PUR-Dämmschicht den Kern bilden. Auch in der Fachliteratur zur Fernwärmetechnik wird das Kunststoffmantelrohr ausdrücklich als Sandwichaufbau beschrieben (Doyle et al., 2019).

Für die vorliegende Fragestellung ist die Funktion der Kernschicht von besonderer Bedeutung. Da die Kernschicht gegenüber den Deckschichten nur eine geringe Dehnsteifigkeit besitzt,

nehmen diese das Biegemoment im Wesentlichen als Kräftepaar auf, während die Kernschicht die Querkraft überträgt und dadurch die Verbundtragwirkung überhaupt erst ermöglicht. Die Verformungssteifigkeit wächst entsprechend mit zunehmender Schubsteifigkeit des Kerns (Stamm & Witte, 1974, S. 3f.). Maßgebend für das Zusammenwirken der Schichten ist damit die Schubsteifigkeit des Kerns und nicht dessen Biegesteifigkeit.

Bei Sandwichbalken mit dicken Deckschichten kann deren Eigenbiegesteifigkeit gegenüber der Gesamtbiegesteifigkeit nicht mehr vernachlässigt werden. Die Schnittlasten verteilen sich dann anders. Ein Teil wird unmittelbar durch Eigenbiegung der Deckschichten und der verbleibende Anteil durch die Sandwichtragwirkung aufgenommen, also durch Druck und Zug in den Deckschichten sowie Schub in der Kernschicht. Je größer die Eigenbiegesteifigkeit im Verhältnis zur Gesamtbiegesteifigkeit ist, desto geringer ist der Anteil der Sandwichtragwirkung (Stamm & Witte, 1974, S. 4). Diese Aufteilung bildet die Grundlage der in folgenden Abschnitten bestimmten Grenzfälle. Während die untere Schranke ausschließlich die Eigenbiegung erfasst, berücksichtigt die obere Schranke zusätzlich die vollständige Sandwichtragwirkung.

Dass mehrschichtige Querschnitte für Steifigkeitsbetrachtungen über eine Ersatzgröße abgebildet werden, ist dabei nicht ungewöhnlich. Das Arbeitsblatt selbst lässt zwei solcher Ersatzgrößen zu, die in Kapitel 3.6 dargestellt wurden und ausdrücklich auf Steifigkeits- und Verformungsermittlungen beschränkt sind (ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 14; S. 40). Im Verbundbau bildet der Eurocode 4 die wirksame Biegesteifigkeit von Verbundstützen als Summe der Teilsteifigkeiten der Komponenten, wobei der Betonanteil mit einem Korrekturbeiwert abgemindert wird (E DIN EN 1994-1-1, 2024, Abschnitt 8.8.3.3).

Für das Kunststoffmantelrohr lassen sich diese Erkenntnisse zusammenführen. Der Querschnitt erfüllt die Definition eines Sandwichquerschnitts, sodass sein Ringtragverhalten maßgeblich davon abhängt, in welchem Umfang die schubweiche Dämmschicht die beiden Deckschichten miteinander koppelt. Die in der Rohrleitungstechnik gebräuchliche Unterscheidung zwischen Trägerrohr- und Mehrschichtverbundrohrsystem beschreibt gerade die beiden Endzustände dieser Kopplung und rechtfertigt damit die in den folgenden Abschnitten vorgenommene Eingrenzung zwischen zwei Grenzfällen. Die Bildung der Ersatzsteifigkeit ist damit weder neu noch unüblich. Neu ist allein ihre Anwendung auf den dreischichtigen Querschnitt des Kunststoffmantelrohrs im Rahmen des Berechnungsverfahrens ATV-DVWK-A 127. Auf dieser Grundlage wird im folgenden Abschnitt das Rechenmodell festgelegt.

5.2 Idealisierung der Rohrwand

Die maßgebende Beanspruchung erdverlegter Rohrleitungen ist die Verformung des kreisförmigen Querschnitts unter radial wirkenden Lasten und damit die Biegung in Ringrichtung (vgl. Kapitel 2.3.2). Im Arbeitsblatt wird diese Beanspruchung über das Flächenträgheitsmoment erfasst, das je Längeneinheit des Rohrumfangs angesetzt wird (ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 27). Bereits im Berechnungsverfahren wird damit nicht der Rohrquerschnitt als Ganzes betrachtet, sondern ein Streifen der Rohrwand. Die im Folgenden vorgenommene Überführung der Rohrwand in ein Balkenmodell stellt somit keine zusätzliche Vereinfachung dar, sondern führt die im Arbeitsblatt angewandte Methodik fort.

Für die Herleitung wird die Rohrwand gedanklich abgewickelt und als geschichteter Biegebalken mit drei Lagen aufgefasst (siehe Abbildung 8). Die Biegung des Rohrrings entspricht dabei der Biegung dieses Wandstreifens. Sämtliche Querschnittswerte werden auf eine Streifenbreite von einem Millimeter bezogen und die Querschnittsfläche einer Schicht entspricht ihrer Wanddicke. Das Flächenträgheitsmoment ergibt sich aus der dritten Potenz der Wanddicke (Gross et al., 2024, S. 165).

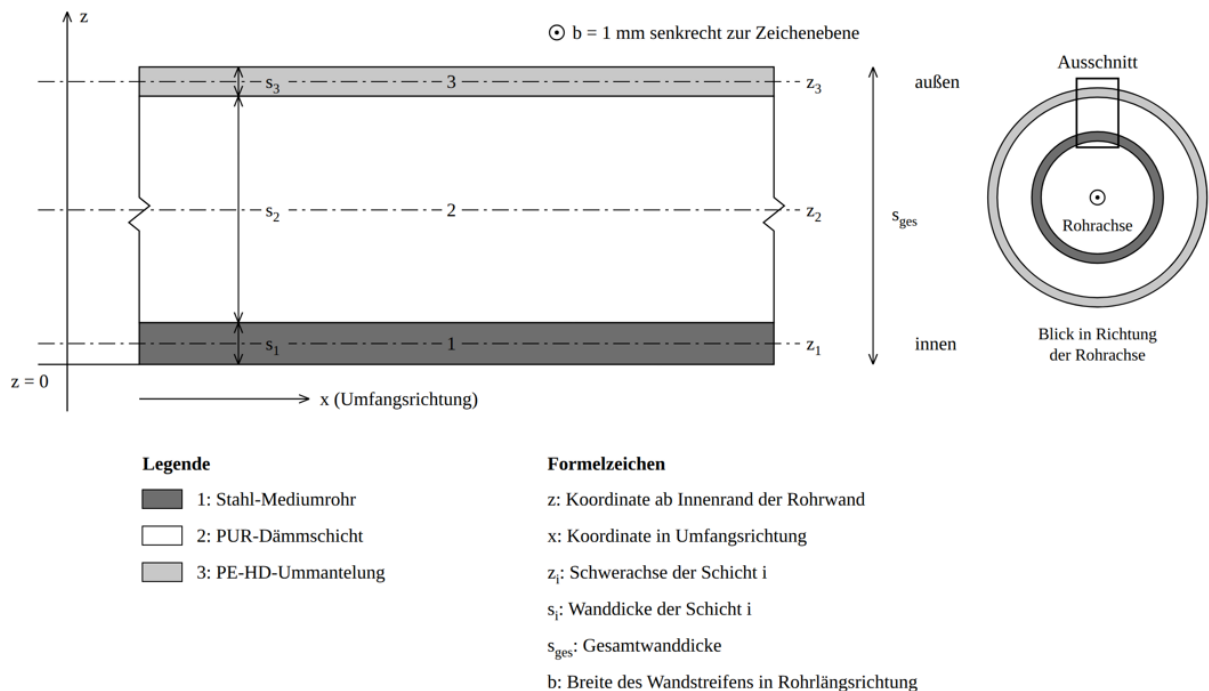


Abbildung 8: Ausschnitt der Rohrwand als geschichteter Wandstreifen mit Blick in Richtung der Rohrachse, bezogen auf eine Breite von $b = 1$ mm senkrecht zur Zeichenebene (nicht maßstäblich, eigene Darstellung)

Der Herleitung liegen mehrere Annahmen zugrunde, die den Voraussetzungen der linearen Sandwichtheorie entsprechen (Stamm & Witte, 1974, S. 82). Für alle drei Schichten wird linear-elastisches Werkstoffverhalten angenommen, was dem Beanspruchungsniveau im Gebrauchszustand sowie der Systematik des Arbeitsblatts entspricht, das durchgängig elastisch rechnet. Innerhalb der beiden betrachteten Grenzfälle gilt die Annahme, dass die Querschnitte eben bleiben. Im Grenzfall ohne Verbundwirkung gilt sie schichtweise, im Grenzfall des starren Verbundes für den Gesamtquerschnitt. Die Verformungen werden als hinreichend klein vorausgesetzt, sodass die lineare Theorie anwendbar bleibt. Die Wanddicken werden über den Umfang als konstant angenommen. Die Dicke der Dämmschicht wird zudem als belastungsunabhängig angesetzt. Die Theorie nimmt hierfür Unzusammendrückbarkeit der Kernschicht in Dickenrichtung an (Stamm & Witte, 1974, S. 16). Das Stahl-Mediumrohr wird als zentrisch im Mantelrohr liegend betrachtet, was dem Regelfall der werkmäßigen Herstellung entspricht. Der Einfluss der Krümmung bleibt im Streifenmodell unberücksichtigt. Temperatur- und Alterungseinflüsse auf die Werkstoffkennwerte werden nicht betrachtet, da sie außerhalb der in Kapitel 1.4 gesetzten Abgrenzung liegen.

In zwei Punkten weicht das gewählte Modell von der Sandwichtheorie ab. Da beim Kunststoffmantelrohr sowohl das Stahl-Mediumrohr als auch die PE-HD-Ummantelung für sich biegesteif sind, liegt der Fall dicker Deckschichten vor (Stamm & Witte, 1974, S. 82).

Darüber hinaus setzt die Theorie eine gegenüber den Deckschichten weiche Kernschicht voraus, die keine nennenswerten Normalspannungen in Balkenlängsrichtung aufnimmt (Stamm & Witte, 1974, S. 16). Da die PUR-Dämmschicht beim Kunststoffmantelrohr um ein Vielfaches dicker ist als beide Deckschichten, wird ihre Eigenbiegesteifigkeit in der vorliegenden Arbeit dennoch berücksichtigt.

Auch die für den Grenzfall des starren Verbunds getroffene Annahme, dass der Gesamtquerschnitt eben bleibt, geht über die Sandwichtheorie hinaus. Nach dieser bleibt der Gesamtquerschnitt infolge Schubverformung des Kerns nicht eben, sondern verformt sich zu einer gebrochenen, nur abschnittsweise ebenen Fläche (Stamm & Witte, 1974, S. 82).

Eine Einschränkung des Modells betrifft die Wandstärke. Die Ringstatik setzt üblicherweise dünnwandige Querschnitte voraus, bei denen die Wanddicke gegenüber dem Radius klein ist. Außerdem behandelt die Sandwichtheorie ausschließlich ebene Balken und Platten. Die hieraus folgenden Einschränkungen betreffen insbesondere die Wahl des Bezugsradius und werden in Kapitel 5.6 und Kapitel 7.5 aufgegriffen.

Auf Grundlage dieses Modells werden in den folgenden beiden Abschnitten die Grenzfälle bestimmt.

5.3 Untere Schranke: Schichten ohne Verbund

Im Grenzfall ohne Verbundwirkung können sich die Schichten in den Grenzflächen frei gegeneinander verschieben. Jede Schicht biegt sich um ihre eigene Schwerachse, sodass die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte nur schichtweise gilt. Die Biegesteifigkeit des Querschnitts ergibt sich damit als Summe der Biegesteifigkeiten der einzelnen Schichten und ist das Produkt aus Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment (Gross et al., 2024, S. 99). Nach der Sandwichtheorie entspricht dieser Zustand der Berücksichtigung der Eigenbiegung, während die Sandwichtragwirkung vollständig entfällt (Stamm & Witte, 1974, S. 4). Dies entspricht der in 5.1 beschriebenen Annahme des Kunststoffmantelrohrs als Trägerrohrsystem. Da eine geringere Biegesteifigkeit als die Summe der Einzelsteifigkeiten mechanisch nicht möglich ist, stellt dieser Fall die untere Schranke dar.

Die äquivalente Steifigkeit auf einen Millimeter Breite ergibt sich zu:

$$EI_{\text{äq,min}} = \sum E_i \times I_i \quad , \quad \text{mit } I_i = \frac{bd^3}{12} = \frac{s_i^3}{12} \quad (\text{Albert, 2020, Tafel 2.1.2, S. 4.29}).$$

Darin bezeichnen E_i den Elastizitätsmodul und I_i das Flächenträgheitsmoment der einzelnen Schicht. Für das Flächenträgheitsmoment wird die Formel für eine rechteckige Querschnittsform betrachtet. Die Berechnung erfolgt mit den in Kapitel 4 festgelegten Eingangsparametern. Da für die PE-HD-Ummantelung ein Kurz- und ein Langzeitwert vorliegen, wird die Berechnung für beide Werte durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2: Untere Schranke, schichtweise Darstellung

Schicht	s_i [mm]	I_i [mm ⁴]	$E_{i,K}$ [N/mm ²]	$E_{i,K} \times I_i$ [Nmm ²]	Anteil [%]	$E_{i,L}$ [N/mm ²]	$E_{i,L} \times I_i$ [Nmm ²]	Anteil [%]
Stahl-Mediumrohr	3,60	3,89	210.000	816.900	96,5	210.000	816.900	96,7
PUR-Dämmschicht	39,65	5195	5,2	27.014	3,2	5,2	27014	3,2
PE-HD-Ummantelung	3,20	2,73	800	2184	0,2	160	437	0,1
Summe				846.098	100%		844.351	100%

Das Stahl-Mediumrohr bestimmt den Querschnitt in diesem Grenzfall nahezu vollständig. Sein Anteil an der Biegesteifigkeit beträgt rund 97%. Für den Fall ohne Verbundwirkung bestätigt sich damit rechnerisch die Auffassung als Trägerrohrsystem.

Der Vergleich der beiden anderen Schichten zeigt jedoch ein anderes Bild. Die PUR-Dämmschicht hat im Vergleich zur PE-HD-Ummantelung einen deutlich kleineren Elastizitätsmodul, weist aber eine höhere Biegesteifigkeit auf. Grund dafür ist der hohe Anteil der PUR-Dämmschicht im Querschnitt.

Der Zeitbezug wirkt sich in diesem Grenzfall kaum aus. Zwischen Kurz- und Langzeitbelastung liegt eine Abweichung von rund 0,2 %, da allein die PE-HD-Ummantelung kriecht und diese nur 0,2% zur Gesamtbiegesteifigkeit trägt. Der Querschnitt verhält sich ohne Verbundwirkung somit nahezu zeitunabhängig. Für den Grenzfall des starren Verbunds gilt dies nicht, wie Kapitel 5.4 zeigt.

5.4 Obere Schranke: Starrer Verbund

Im Grenzfall des starren Verbunds ist eine Verschiebung zwischen den einzelnen Schichten ausgeschlossen. Der Querschnitt besitzt eine gemeinsame Biegeachse und die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte gilt für den gesamten Querschnitt (vgl. Kapitel 5.2). Dieser Zustand entspricht dem in Kapitel 5.1 beschriebenen Auffassung des Kunststoffmantelrohrs als vollwertiges Mehrschichtverbundrohr. Da ein stärkerer Verbund nicht möglich ist, stellt dieser Fall die obere Schranke dar.

Die Elastizitätsmoduln der einzelnen Schichten unterscheiden sich deutlich. Die gemeinsame Biegeachse fällt deshalb nicht mit dem geometrischen Schwerpunkt zusammen, sondern verschiebt sich zur steiferen Schicht hin. Für ihre Lage werden die Flächen der Schichten mit ihrem jeweiligen Elastizitätsmodul gewichtet. Dieses Vorgehen entspricht der Umrechnung in einen ideellen Querschnitt. Die Lage der ideellen Biegeachse ergibt sich damit zu:

$$z_s = \frac{\sum(E_i \times A_i \times z_i)}{\sum(E_i \times A_i)}$$

in Anlehnung an die Bestimmung des ideellen Schwerpunkts von Verbundquerschnitten nach Gross et al. (2024, Gl. 8.17 und Gl. 8.18).

Die äquivalente Biegesteifigkeit setzt sich anschließend aus der Eigenbiegesteifigkeit jeder Schicht und dem Anteil aus ihrem Abstand zur gemeinsamen Biegeachse zusammen:

$$EI_{\text{äq,max}} = \sum(E_i \times I_i + E_i \times A_i \times a_i^2) \quad , \text{ mit } a_i = z_i - z_s$$

Der zweite Term wird als Steiner-Anteil bezeichnet. Dieser beschreibt die Abhängigkeit zwischen den Trägheitsmomenten bezüglich der Schwerachsen und denen dazu parallelen Achsen (Gross et al., 2024, S. 90). Im Grenzfall ohne Verbundwirkung entfällt dieser Term.

Des Weiteren werden die Querschnittswerte ermittelt. Die Koordinate z wird vom Innenrand der Rohrwand aus bestimmt und die Schwerachse einer Schicht ergibt sich aus den darunterliegenden Wanddicken zuzüglich der halben eigenen Wanddicke (siehe Abbildung 8).

$$z_1 = \frac{3,60}{2} = 1,80 \text{ mm}$$

$$z_2 = 3,60 + \frac{39,65}{2} = 23,425 \text{ mm}$$

$$z_3 = 3,60 + 39,65 + \frac{3,20}{2} = 44,85 \text{ mm}$$

Alle Querschnittswerte sind auf eine Streifenbreite von 1 mm bezogen und die Einheiten entsprechend auf einen Millimeter Rohrlänge angegeben. Die Querschnittsfläche A_i entspricht damit der Wanddicke s_i .

Für die Kurzzeitbelastung werden die Dehnsteifigkeiten (EA) der einzelnen Dehnschichten wie folgt berechnet:

$$(EA)_1 = E_1 \times A_1 = 210.000 \times 3,60 = 756.000 \text{ N/mm}$$

$$(EA)_2 = E_2 \times A_2 = 5,2 \times 39,65 = 206,18 \text{ N/mm}$$

$$(EA)_3 = E_3 \times A_3 = 800 \times 3,20 = 2.560 \text{ N/mm}$$

$$EA_{\text{äq}} = \sum(EA) = \sum(E_i \times A_i) = 756.000 + 206,18 + 2.560 = 758.766,18 \text{ N/mm}$$

Daraus folgen die statischen Momente der Schichten:

$$S_{z,1} = (EA)_1 \times z_1 = 756.000 \times 1,80 = 1.360.800 \text{ Nmm/mm} = 1.360,8 \text{ kNmm/mm}$$

$$S_{z,2} = (EA)_2 \times z_2 = 206,18 \times 23,425 = 4830 \text{ Nmm/mm} = 4,83 \text{ kNmm/mm}$$

$$S_{z,3} = (EA)_3 \times z_3 = 2.560 \times 44,85 = 114.816 \text{ Nmm/mm} = 114,82 \text{ kNmm/mm}$$

$$\sum(S_{z,i}) = 1.360.800 + 4830 + 114.816 = 1.480.246 \text{ Nmm/mm} = 1.480,3 \text{ kNmm/mm}$$

Nach der Gleichung in Kapitel 5.3 für z_s ergibt sich dann:

$$z_{s,K} = \frac{1.480.246}{758.766,2} = 1,951 \text{ mm}$$

Die ideale Biegeachse liegt damit 1,951 mm vom Innenrand der Rohrwand entfernt und somit innerhalb des Stahl-Mediumrohrs. Der geometrische Schwerpunkt liegt hingegen bei der halben Rohrwanddicke und damit bei 23,225 mm.

Bei Langzeitbelastung sinkt der Elastizitätsmodul der Ummantelung von 800 N/mm² auf 160 N/mm². Alle übrigen Eingangswerte bleiben unverändert, sodass sich nur die dritte Schicht verändert:

$$(EA)_3 = E_3 \times A_3 = 160 \times 3,20 = 512 \text{ N/mm}$$

$$EA_{\text{äq}} = \sum(EA) = \sum(E_i \times A_i) = 756.000 + 206,18 + 512 = 756.718,2 \text{ N/mm}$$

$$S_{z,3} = (EA)_3 \times z_3 = 512 \times 44,85 = 22.963,2 \text{ Nmm/mm} = 22,96 \text{ kNmm/mm}$$

$$\sum(S_{z,i}) = 1.360.800 + 4830 + 22.963,2 = 1.388.593,2 \text{ Nmm/mm} = 1.388,6 \text{ kNmm/mm}$$

$$z_{s,L} = \frac{1.388.593,2}{756.718,2} = 1,835 \text{ mm}$$

Die Biegeachse verschiebt sich durch Langzeitbelastung also um 0,116 mm nach innen.

In beiden Fällen liegt die Biegeachse innerhalb des Stahl-Mediumrohrs, dessen Schwerachse bei 1,80 mm liegt. Der Grund ist die hohe Dehnsteifigkeit des Stahls, die mit 756.000 N/mm rund 99,6 % der Gesamtsteifigkeit ausmacht.

Um nun die Ergebnisse auszuwerten, werden zunächst die Hebelarme $a_i = z_i - z_s$ für die Kurzzeitbelastung gebildet:

$$a_{1,K} = z_1 - z_s = 1,80 - 1,951 = -0,151 \text{ mm}$$

$$a_{2,K} = z_2 - z_s = 23,425 - 1,951 = 21,474 \text{ mm}$$

$$a_{3,K} = z_3 - z_s = 44,85 - 1,951 = 42,899 \text{ mm}$$

und die Biegesteifigkeit ($EI_{\text{äq,max}}$) über die oben stehende Formel berechnet.

Tabelle 3: Obere Schranke, Kurzzeitbelastung (K)

Schicht	$a_{i,K}$ [mm]	$E_i \times I_i$ [Nmm ²]	$E_i \times A_i \times a_i^2$ [Nmm]	Summe ($EI_{\text{äq,max,i}}$) [Nmm ²]	Anteil [%]
Stahl-Mediumrohr	- 0,151	816.900	17.238	834138	14,71
PUR-Dämmschicht	21,474	27.012	95.076	122088	2,15
PE-HD-Ummantelung	42,899	2184	4.711.230	4.713.414	83,14
Summe				5.669.640	100

Die Hebelarme für die Langzeitbelastung ergeben sich mit $z_{s,LZ} = 1,835 \text{ mm}$ zu :

$$a_{1,L} = z_1 - z_s = 1,80 - 1,835 = -0,035 \text{ mm}$$

$$a_{2,L} = z_2 - z_s = 23,425 - 1,835 = 21,59 \text{ mm}$$

$$a_{3,L} = z_3 - z_s = 44,85 - 1,835 = 43,015 \text{ mm}$$

Die Biegesteifigkeit für die Langzeitbelastung ist in der folgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 4: Obere Schranke, Langzeitbelastung (L)

Schicht	$a_{i,L}$ [mm]	$E_i \times I_i$ [Nmm ²]	$E_i \times A_i \times a_i^2$ [Nmm]	Summe ($EI_{\text{äq,max,i}}$) [Nmm ²]	Anteil [%]
Stahl-Mediumrohr	- 0,035	816.900	926	817826	43,3
PUR-Dämmschicht	21,59	27.012	96.106	123118	6,51
PE-HD-Ummantelung	43,015	437	947.349	947.786	50,19
Summe				1.888.730	100

Damit liegen für beide Grenzfälle die äquivalenten Biegesteifigkeiten vor. Wie weit sie auseinanderliegen und wo das reale Verhalten dazwischen einzuordnen ist, wird im folgenden Abschnitt betrachtet.

5.5 Reales Verhalten: Teilverbund und Schubweichheit des Kerns

Das reale Trag- und Verformungsverhalten des Kunststoffmantelrohrs liegt zwischen den beiden zuvor bestimmten Grenzfällen. Bei Kurzzeitbelastung steigt die Biegesteifigkeit vom Grenzfall ohne Verbundwirkung zum starren Verbund von 846.098 Nmm²/mm auf 5.669.640 Nmm²/mm an. Bei Langzeitbelastung fällt die Spanne deutlich kleiner aus. Die Verbundannahme wirkt sich damit bei kurzzeitiger Belastung stärker aus als bei dauernder.

Auch die Anteile der Schichten verschieben sich zwischen den Grenzfällen. Ohne Verbundwirkung sind rund 97% der Biegesteifigkeit auf das Stahl-Mediumrohr und bei starrem Verbund rund 83% auf die PE-HD-Ummantelung zurückzuführen. Die Verbundannahme entscheidet somit nicht nur über die Größe der Steifigkeit, sondern auch darüber, welche Schicht das Ringverhalten bestimmt.

Wo das reale Verhalten in diesem Bereich liegt, hängt nach Kapitel 5.1 von der Schubsteifigkeit der Dämmschicht ab. Wäre der PUR-Hartschaum unendlich schubsteif, träfe die obere Schranke zu. Der Elastizitätsmodul des Hartschaums liegt mit 5,2 N/mm² deutlich unter dem der beiden Deckschichten (vgl. Kapitel 4.2), sodass ein Zustand dazwischen zu erwarten ist.

Ein Verbund wird normativ vorausgesetzt. Die DIN EN 253 fordert im nicht gealterten Zustand bei 23° eine axiale Scherfestigkeit von mindestens 0,12 MPa (DIN EN 253, 2024, Abschnitt 4.5.6.2, Tabelle 6). Die DIN EN 13941-1 behandelt das Kunststoffmantelrohr durchgängig als Verbundsystem. Der Grenzfall ohne Verbundwirkung beschreibt damit kein reales Kunststoffmantelrohr, sondern dient als rechnerische Abgrenzung nach unten.

Ein starrer Verbund folgt daraus jedoch nicht. Die Anforderungen betreffen die Schubfestigkeit und damit das Versagen der Verbundfuge. Zur Schubsteifigkeit im Gebrauchszustand macht die Norm keine Angabe. Sie sichert also, dass der Verbund hält, nicht dass er starr ist. Die obere Schranke ist damit eine begründete Annahme und kein belegter Zustand.

Für eine Bestimmung des Teilverbunds wären Kennwerte zum Schubverhalten des Hartschaums quer zur Rohrachse erforderlich. Der PUR-Hartschaum ist in Kunststoffmantelrohren jedoch orthotrop (vgl. Kapitel 4.2) und Messwerte aus anderen Beanspruchungsrichtungen sind deshalb nicht übertragbar. Die Einordnung bleibt daher qualitativ.

Die Schubweichheit der Dämmschicht hat außerdem Bedeutung für die Anwendung des Berechnungsverfahrens. Das Arbeitsblatt setzt für die tabellierten Verformungsbeiwerte voraus, dass

Normalkraft- und Querkraftverformungen vernachlässigbar sind (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.19a und 6.19b). Ausgenommen davon sind nur Glattringe mit homogenem Aufbau. Diese Ausnahme ist auf das Verbundrohr nicht übertragbar, weil sich der schubweiche Kern unter Querkraft verformt. Die Bedingungen sind deshalb eigens zu prüfen (vgl. Kapitel 3.5.1). Die Prüfung erfolgt in Kapitel 6.

5.6 Äquivalente Rohrsteifigkeit

Das Arbeitsblatt benötigt als Eingangsgröße die Rohrsteifigkeit. Sie wird aus den in den Kapiteln 5.3 und 5.4 ermittelten Biegesteifigkeiten berechnet. Die Rohrsteifigkeit ergibt sich zu:

$$S_R = \frac{E_R \times I}{r_m^3} \quad \text{bzw.} \quad S_0 = \frac{E_R \times I}{d_m^3} = \frac{S_R}{8} \quad (\text{vgl. Kapitel 3.4.1}).$$

Dabei ist die allgemeine Form nach Gleichung 6.10a anzuwenden und nicht die vereinfachte Form für glattwandige Röhre (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.10a und 6.10b). Für das Verbundrohr wird anstelle des Produkts $E_R \times I$ die äquivalente Biegesteifigkeit $EI_{\text{äq}}$ eingesetzt. Verwendet wird dabei die allgemeine Form und nicht die vereinfachte Form für glattwandige Röhre. Diese setzt einen einheitlichen Elastizitätsmodul voraus, der beim Verbundrohr nicht vorliegt.

Das Arbeitsblatt beschreibt r_m als Radius und d_m als Durchmesser dieser Schwerachse. Beide Größen beziehen sich somit auf dieselbe Achse. Bei einem Rohr aus einem einzigen Werkstoff liegt die Schwerachse in der Mitte der Rohrwand. Beim Verbundrohr ist das nicht der Fall. Die ideelle Biegeachse liegt nach Kapitel 5.4 je nach Zeitbezug bei 1,951 mm oder 1,835 mm und damit in beiden Fällen innerhalb des Stahl-Mediumrohrs, während die geometrische Mitte der Rohrwand bei 23,225 mm liegt. Für den Bezugsradius kommen deshalb zwei Werte in Frage.

In dieser Arbeit wird die geometrische Mitte der Rohrwand angesetzt:

$$r_m = r_i + \frac{s_{ges}}{2} = 53,55 + \frac{46,45}{2} = 76,775 \text{ mm}$$

$$d_m = \frac{(d_a + d_i)}{2} = \frac{(200 + 107,1)}{2} = 153,55 \text{ mm}$$

$$\text{Kontrolle über: } 2 \times r_m = d_m \rightarrow 2 \times 76,775 = 153,55 \text{ mm} \quad \checkmark.$$

Die ideelle Biegeachse bleibt davon unberührt. Sie beschreibt, um welche Achse sich der Querschnitt biegt und wird für die Steineranteile in Kapitel 5.4 benötigt. Der Bezugsradius ist dagegen eine Festlegung des Berechnungsverfahrens. Beide Größen erfüllen damit unterschiedliche Aufgaben.

Bei Ansatz der ideellen Biegeachse läge der Radius bei $r_i + z_s$ und wäre damit von Zeitbezug abhängig. Für die Kurzzeitbelastung ergäbe sich 55,501 mm, für die Langzeitbelastung 55,385 mm. Da der Radius in dritter Potenz in Gl. 6.10a eingeht, wäre die Rohrsteifigkeit im Kurzzeitfall um den Faktor $\left(\frac{76,775}{55,501}\right)^3 = 2,65$ größer. Die geometrische Mitte der Rohrwand ist dem gegenüber unabhängig vom Zeitbezug und für alle Kombinationen gleich.

Die Ergebnisse der äquivalenten Rohrsteifigkeit nach Gl. 6.10a und Gl. 6.10b sind in Tabelle 5 zusammengestellt.

Tabelle 5: Äquivalente Rohrsteifigkeit

Größe	Ohne Verbund; Kurzzeitbelastung	Ohne Verbund; Langzeitbelastung	starrer Verbund; Kurzzeitbelastung	starrer Verbund; Langzeitbelastung
$EI_{\text{äq}}$ [Nmm ² /mm]	846.098	844.351	5.669.640	1.888.730
$S_{R,\text{äq}}$ [N/mm ²]	1,870	1,866	12,528	4,173
$S_{0,\text{äq}}$ [N/mm ²]	0,234	0,233	1,566	0,522

mit $r_m = 76,775$ mm und $d_m = 153,55$ mm

Das Arbeitsblatt gibt eine Mindestrohrsteifigkeit von $\min S_R = 3 \times 10^{-3}$ N/mm² bei Langzeitbelastung vor (ATV-DVWK-A 127, 2020, S. 27; vgl. Kapitel 3.4.1). Der kleinste ermittelte Wert liegt bei 1,866 N/mm² und überschreitet diesen Mindestwert deutlich. Das Verbundrohr ist damit in allen betrachteten Fällen steifer, als für das Verfahren mindestens vorausgesetzt wird.

Erd- und Verkehrslast wirken gleichzeitig auf das Rohr. Für die Berechnung ist deshalb eine gewichtete Steifigkeit anzusetzen (ATV-DVWK-A 127, 2020, Gl. 6.10d). Die Anteile beider Lasten ändern sich mit der Überdeckungshöhe, sodass sich für jede der drei Einbautiefen ein eigener Rechenwert ergibt.

Damit liegen die äquivalenten Rohrsteifigkeiten für beide Grenzfälle vor. Welcher Wert der weiteren Berechnung zugrunde gelegt wird, hängt vom Tragverhalten des Rohres ab. Dieses wird im folgenden Abschnitt bestimmt.

5.7 Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres

Mit der äquivalenten Biegesteifigkeit ist die Eingangsgröße für die Lastaufteilung bestimmt. Für die Spannungs-, Dehnungs- und Verformungsermittlung nach Abschnitt 8 des Arbeitsblatts werden darüber hinaus die Querschnittswerte A und W benötigt (vgl. Kapitel 3.5.1). Der Verbundquerschnitt wird dafür durch ein homogenes Ersatzrohr abgebildet.

Das Ersatzrohr wird über drei Festlegungen definiert:

- Es besitzt dieselbe Wanddicke wie das Verbundrohr mit $s = 46,45$ mm.
- Es besitzt denselben Bezugsradius mit $r_m = 76,775$ mm (vgl. Kapitel 5.6).
- Es besitzt dieselbe Biegesteifigkeit wie der Verbundquerschnitt $EI_{\text{äq}}$

Aus den beiden ersten Festlegungen folgen unmittelbar die geometrischen Querschnittswerte des homogenen Rechteckquerschnitts nach Kapitel 3.5.1:

$$A = s = 46,45 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$I = s^3/12 = 46,45^3/12 = 8.352 \text{ mm}^4/\text{mm}$$

$$W = s^2/6 = 46,45^2/6 = 359,60 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

Aus der dritten Festlegung folgt der zugehörige Elastizitätsmodul:

$$E_{\text{äq}} = EI_{\text{äq}}/I$$

Damit ist das Ersatzrohr vollständig beschrieben. Die Werte sind in Tabelle 6 zusammengestellt.

Tabelle 6: Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres

Größe	Einheit	ohne Verbund Kurzzeit	ohne Verbund Langzeit	starrer Verbund Kurzzeit	starrer Verbund Langzeit
$EI_{\text{äq}}$	Nmm ² /mm	845.676	843.929	5.669.220	1.888.310
A	mm ² /mm	46,45	46,45	46,45	46,45
I	mm ⁴ /mm	8.352	8.352	8.352	8.352
W	mm ³ /mm	359,60	359,60	359,60	359,60
$E_{\text{äq}}$	N/mm ²	101,3	101	678,8	226,1

Fläche und Widerstandsmoment sind rein geometrische Größen. Sie sind damit für Kurz- und Langzeitnachweis sowie für beide Grenzfälle der Verbundwirkung identisch. Der gesamte Unterschied zwischen den Rechenfällen steckt im Elastizitätsmodul und damit in den Schnittgrößen.

5.8 Einordnung biegesteif / biegeweich

Die bisher ermittelten Rohrsteifigkeiten reichen allein noch nicht aus, um mit der Berechnung zu beginnen. Im Arbeitsblatt wird zwischen biegesteifen und biegeweichen Rohren unterschieden, woraus sich unterschiedliche Rechenwege ergeben. Die Einordnung erfolgt über die Systemsteifigkeit nach Gl. 6.15, wobei Rohre mit $V_{\text{RB}} > 1$ als biegesteif und Rohre mit $V_{\text{RB}} \leq 1$ als biegeweich gelten (vgl. Kapitel 3.4.1).

$$V_{\text{RB}} = \frac{8 \times S_0}{S_{\text{Bh}}} \quad (\text{Gl. 6.15}).$$

Die horizontale Bettungssteifigkeit S_{Bh} ergibt sich zu:

$$S_{\text{Bh}} = 0,6 \times \zeta \times E_2 \quad (\text{Gl. 6.16}).$$

Mit den in Kapitel 4.4 festgelegten Werten $\zeta = 1,0$ und $E_2 = 16 \text{ N/mm}^2$ folgt:

$$S_{\text{Bh}} = 0,6 \times 1,0 \times 16 = 9,6 \text{ N/mm}^2$$

Der Wert gilt unverändert für alle drei Einbautiefen, da für alle Bodenzonen derselbe Boden angesetzt wird.

Die folgende Tabelle zeigt die Systemsteifigkeit V_{RB} und das Tragverhalten des Rohrs für die betrachteten Grenzfälle.

Tabelle 7: Systemsteifigkeit und Tragverhalten

Größe	Ohne Verbund; Kurzzeitbelastung	Ohne Verbund; Langzeitbelastung	starrer Verbund; Kurzzeitbelastung	starrer Verbund; Langzeitbelastung
$S_{0,\text{äq}}$ [N/mm ²]	0,234	0,233	1,566	0,522
V_{RB} [-]	0,195	0,194	1,305	0,435
Tragverhalten	biegeweich	biegeweich	biegesteif	biegeweich

Im Grenzfall ohne Verbundwirkung verhält sich das Rohr in beiden Zeitbezügen biegeweich. Die Werte liegen weit unterhalb der Grenze von 1 und unterscheiden sich kaum, da die Steifigkeit dort fast vollständig vom zeitunabhängigen Stahl-Mediumrohr bestimmt wird (vgl. Kapitel 5.3).

Beim starren Verbund fällt das Ergebnis unterschiedlich aus. Bei einer Kurzzeitbelastung liegt die Systemsteifigkeit mit 1,305 oberhalb der Grenze und das Rohr ist als biegesteif einzuordnen. Im Langzeitfall liegt sie deutlich darunter. Das Rohr verhält sich unter kurzzeitiger Belastung damit anders als unter dauernder.

Das Rohr ist somit unter Verbundannahme nicht eindeutig zuzuordnen und es wird das Tragverhalten für beide Fälle nachgewiesen.

Die Hauptberechnung erfolgt mit dem starren Verbund. Dieser Ansatz ist durch die Verbundanforderungen der DIN EN 253 gestützt und entspricht der üblichen Vereinfachung im Verbundbau (vgl. Kapitel 5.5).

5.9 Plausibilitätsprüfung

Die in den Kapiteln 5.3 und 5.4 ermittelten Biegesteifigkeiten werden abschließend überprüft. Zunächst wird die Berechnung über einen zweiten Rechenweg kontrolliert. Anschließend wird untersucht, wie stark sich der Elastizitätsmodul der Dämmschicht auf das Ergebnis auswirkt, da für diesen kein genormter Rechenwert vorliegt (vgl. Kapitel).

Kontrolle der äquivalenten Biegesteifigkeit

In Kapitel 5.4 wurde die Biegesteifigkeit gebildet, indem zuerst die Lage der ideellen Biegeachse z_s bestimmt und anschließend für jede Schicht der Steiner-Anteil mit dem Hebelarm, $a_i = z_i - z_s$ berechnet wurde.

Derselbe Wert lässt sich ohne Hebelarme Ermitteln, indem der Steinersche Satz auf eine gemeinsame Bezugsachse am Innenrand der Rohrwand angewendet und der Anteil der Gesamtfläche anschließend in einem Schritt abgezogen wird (Gross et al., 2024, S. 90):

$$EI_{\text{äq}} = \sum(E_i \times I_i + E_i \times A_i \times z_i^2) - (\sum E_i \times A_i) \times z_s^2$$

Eingesetzt werden die EI Werte aus Tabelle 2, die Dehnsteifigkeiten und z_s sowie die Schwerachsenabstände aus Kapitel 5.4.

Kurzzeitbelastung

$$\begin{aligned} EI_{\text{äq}} &= 846.098 + 756.000 \times 1,80^2 + 206,18 \times 23,425^2 + 2.560 \times 44,85^2 - 758.766 \times 1,951^2 \\ &= 5.670.005 \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

Langzeitbelastung

$$\begin{aligned} EI_{\text{äq}} &= 844.351 + 756.000 \times 1,80^2 + 206,18 \times 23,425^2 + 512 \times 44,85^2 - 756.718 \times 1,835^2 \\ &= 1.888.787 \text{ Nmm}^2 \end{aligned}$$

Beide Werte stimmen mit den Summen aus Tabelle 3 überein. Die minimalen Abweichungen folgen aus Rundungen der Nachkommastellen. Für den Grenzfall ohne Verbundwirkung entfällt diese Probe, da dort keine Steiner-Anteile gebildet werden und z_s nicht eingeht.

Sensitivität des Elastizitätsmoduls der Dämmschicht

Für die PUR-Dämmschicht liegt kein genormter Rechenwert vor. Der angesetzte Wert $E_{PUR} = 5,2 \text{ N/mm}^2$ stammt aus Messungen an Rohren eines einzelnen Herstellers (vgl. Kapitel 4.2). Da nur ein einzelner Messwert vorliegt, lässt sich keine belastbare Streubreite angeben. Gewählt wird deshalb eine bewusst weite Spanne von der Hälfte bis zum Doppelten des angesetzten Wertes.

Die äquivalente Biegesteifigkeit ändert sich dabei nur gering und die Einordnung des Tragverhaltens bleibt in allen Fällen unverändert. Der Grund liegt im Aufbau des Querschnitts. Die Dämmschicht trägt im Grenzfall des starren Verbunds nur etwa 2 % der Biegesteifigkeit bei (vgl. Tabelle 3).

Die Wahl des Elastizitätsmoduls der Dämmschicht hat damit keinen maßgebenden Einfluss auf die Steifigkeit und über sie auch nicht auf die in Kapitel 6 ermittelten Schnittgrößen und Spannungen. Der Ansatz $E_{PUR} = 5,2 \text{ N/mm}^2$ ist somit plausibel.

6. Berechnung nach A 127

Sämtliche Gleichungen und Seitenzahlangaben dieses Kapitels sind dem Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 entnommen. Verweise auf Tabellen des Arbeitsblatts werden zusätzlich mit A 127 gekennzeichnet, um sie von den Tabellen dieser Arbeit zu unterscheiden. Gleichungsnummern beziehen sich stets auf das Arbeitsblatt. Die Gliederung dieses Kapitels folgt demselben Aufbau des Verfahrens in Kapitel 3. Während Kapitel 3 den gesamten Ablauf erläutert und beschreibt, enthält dieses Kapitel ausschließlich die Gleichungen und die eingesetzten Zahlenwerte. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt in Kapitel 7. Die Eingangsparameter für Rohr, Boden und Lasten sind Tabelle 1 zu entnehmen, die Steifigkeitskennwerte des Verbundquerschnitts Tabelle 5.

6.1 Berechnungsablauf

Berechnet wird für die drei in Kapitel 4.3 festgelegten Einbautiefen von 1,0/ 2,0 / 4,0 Meter. Alle übrigen Eingangsgrößen bleiben unverändert, sodass sich Unterschiede in den Ergebnissen ausschließlich auf die Einbautiefe zurückführen lassen. Da der Elastizitätsmodul der PE-HD-Ummantelung mit der Belastungsdauer sinkt (vgl. Kapitel 4.2), sind Kurzzeit- und Langzeitnachweis getrennt zu führen. Die Lastannahmen nach Kapitel 6.2 und die Bettungsgrößen nach Kapitel 6.3 sind werkstoffunabhängig und gelten für beide Nachweise unverändert. Die Rechenwege trennen sich erst mit der Rohrsteifigkeit in Kapitel 6.4.1. Zeitabhängige Berechnungsschritte werden im Folgenden als „Kurzzeitnachweis“ beziehungsweise „Langzeitnachweis“ bezeichnet oder im einleitenden Satz des jeweiligen Abschnitts entsprechend eingeordnet. Alle übrigen Größen gelten unverändert für beide Nachweise. Die Berechnung wird für beide in Kapitel 5 hergeleiteten Grenzfälle der Verbundwirkung geführt. Sie wird mit dem Grenzfall des starren Verbunds geführt. Der

Grenzfall ohne Verbundwirkung dient der Eingrenzung der Steifigkeit in Kapitel 5 und wird nicht gesondert durchgerechnet, da er nach Kapitel 5.5 kein reales Kunststoffmantelrohr beschreibt und mit der geringeren Steifigkeit zugleich den kleineren Konzentrationsfaktor und damit die kleinere Rohrbelastung liefert. Da das reale Trag- und Verformungsverhalten zwischen beiden Grenzfällen liegt und nicht näher eingegrenzt werden kann (vgl. Kapitel 5.5), ist für jeden Nachweis der ungünstigere Wert maßgebend. Der Ablauf gliedert sich damit in fünf Schritte. Zunächst werden die mittleren Bodenspannungen aus Erd- und Verkehrslast ermittelt (Kapitel 6.2), anschließend die Bettungssteifigkeiten aus den Bodenwerten gebildet (Kapitel 6.3). Darauf folgen die maßgebende Rohrsteifigkeit mit der Einordnung des Tragverhaltens sowie die Lastaufteilung über die Konzentrationsfaktoren (Kapitel 6.4). Aus der vertikalen Gesamtlast und den Seitendruck werden die Schnittgrößen, Spannungen und Verformungen berechnet und abschließend die erforderlichen Nachweise geführt (Kapitel 6.5).

6.2 Lastermittlung

6.2.1 Erdlast

$$p_E = \kappa \times \gamma_B \times h \quad (\text{Gl. 5.01})$$

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } p_E = 1,0 \times 20 \times 1,0 = 20 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } p_E = 1,0 \times 20 \times 2,0 = 40 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } p_E = 1,0 \times 20 \times 4,0 = 80 \text{ kN/m}^2$$

6.2.2 Verkehrslast

Gültigkeitsgrenzen

$$h \geq 0,5 \text{ m} \quad 1 \text{ m} / 2 \text{ m} / 4 \text{ m} \geq 0,5 \text{ m} \quad \checkmark \quad (\text{S. 20})$$

$$d_m \leq 5,0 \text{ m} \quad \text{mit} \quad d_m = \frac{d_a + d_i}{2} \quad (\text{Gl. 5.10})$$

$$d_m = \frac{200 + 107,1}{2} = 153,55 \text{ mm} = 0,154 \text{ m} \leq 5,0 \text{ m} \quad \checkmark$$

Hilfslasten und Hilfsradien für SLW 60

$$F_A = 100 \text{ kN}, \quad F_E = 500 \text{ kN}, \quad r_A = 0,25 \text{ m}, \quad r_E = 1,82 \text{ m} \quad (\text{A 127, Tabelle 5})$$

Bodenspannung nach Boussinesq

$$p_F = \frac{F_A}{r_a^2 \times \pi} \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r_A}{h} \right)^2} \right]^{3/2} \right) + \frac{3 \times F_E}{2 \times \pi \times h^2} \times \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r_E}{h} \right)^2} \right]^{5/2} \quad (\text{Gl. 5.08})$$

Für $h = 1,0 \text{ m}$:

$$p_F = \frac{100}{0,25^2 \times \pi} \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{0,25}{1,0} \right)^2} \right]^{3/2} \right) + \frac{3 \times 500}{2 \times \pi \times 1,0^2} \times \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{1,82}{1,0} \right)^2} \right]^{5/2} = 50,45 \text{ kN/m}^2$$

Für h = 2,0 m:

$$p_F = \frac{100}{0,25^2 \times \pi} \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{0,25}{2,0} \right)^2} \right]^{3/2} \right) + \frac{3 \times 500}{2 \times \pi \times 2,0^2} \times \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{1,82}{2,0} \right)^2} \right]^{5/2} = 24,92 \text{ kN/m}^2$$

Für h = 4,0 m:

$$p_F = \frac{100}{0,25^2 \times \pi} \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{0,25}{2,0} \right)^2} \right]^{3/2} \right) + \frac{3 \times 500}{2 \times \pi \times 4,0^2} \times \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{1,82}{4,0} \right)^2} \right]^{5/2} = 12,29 \text{ kN/m}^2$$

Korrekturfaktor

$$a_F = 1 - \frac{0,9}{0,9 + \frac{4h^2 + h^6}{1,1d_m^{2/3}}} \quad (\text{Gl. 5.09})$$

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } a_F = 1 - \frac{0,9}{0,9 + \frac{4 \times 1,0^2 + 1,0^6}{1,1 \times 0,154^{2/3}}} = 0,946$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } a_F = 1 - \frac{0,9}{0,9 + \frac{4 \times 2,0^2 + 2,0^6}{1,1 \times 0,154^{2/3}}} = 0,996$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } a_F = 1 - \frac{0,9}{0,9 + \frac{4 \times 4,0^2 + 4,0^6}{1,1 \times 0,154^{2/3}}} = 1,0$$

Bodenspannung und Stoßbeiwert

$$p = a_F \times p_F \quad (\text{Gl. 5.07})$$

$$p_V = \varphi \times p \quad (\text{Gl. 5.11})$$

$$\varphi = 1,2 \text{ für SLW 60} \quad (\text{A 127, Tabelle 6})$$

Für h = 1,0 m:

$$p = 0,946 \times 50,45 = 47,73 \text{ kN/m}^2$$

$$p_V = 1,2 \times 47,73 = 57,3 \text{ kN/m}^2$$

Für h = 2,0 m:

$$p = 0,996 \times 24,92 = 24,82 \text{ kN/m}^2$$

$$p_V = 1,2 \times 24,57 = 29,78 \text{ kN/m}^2$$

Für h = 4,0 m:

$$p = 1,0 \times 12,29 = 12,29 \text{ kN/m}^2$$

$$p_V = 1,2 \times 12,24 = 14,75 \text{ kN/m}^2$$

Die Ergebnisse der Lastannahmen sind in Tabelle 8 zusammengefasst.

Tabelle 8: Mittlere vertikale Bodenspannungen in Rohrscheitelebene

h [m]	p _E [kN/m ²]	p _F [kN/m ²]	a _F [-]	p [kN/m ²]	p _V [kN/m ²]	p _V / p _E
1,0	20	50,45	0,946	47,73	57,3	2,86

2,0	40	24,92	0,996	24,82	29,78	0,74
4,0	80	12,29	1,0	12,29	14,75	0,18

Das Verhältnis p_V / p_E kennzeichnet den Übergang von verkehrslast- zu erdlastdominierter Belastung.

6.3 Bodenkennwerte und Bettung

Die Bodenkennwerte sind für alle drei Einbautiefen identisch und in Kapitel 4.4 festgelegt. Aus ihnen folgen die Bettungssteifigkeiten.

$$E_2 = f_1 \times f_2 \times \alpha_B \times E_{20} = 1,0 \times 1,0 \times 1,0 \times 16 = 16 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Gl. 6.02})$$

$$b/d_a = \frac{1000}{200} = 5$$

$$\Delta f = \frac{\frac{b}{d_a} - 1}{0,982 + 0,283 \left(\frac{b}{d_a} - 1\right)} = \frac{5 - 1}{0,982 + 0,283 (5 - 1)} = 1,892 \leq 1,667 \quad \nless (\text{Gl. 6.18})$$

$$\Delta f = 1,667$$

$$\zeta = \frac{1,667}{\Delta f + (1,667 - \Delta f) \frac{E_2}{E_3}} = \frac{1,667}{1,667 + (1,667 - 1,667) \frac{16}{16}} = 1,0 \quad (\text{Gl. 6.17})$$

$$S_{Bv} = \frac{E_2}{a} = \frac{16}{1,0} = 16 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Gl. 6.12})$$

$$S_{Bh} = 0,6 \times \zeta \times E_2 = 0,6 \times 1,0 \times 16 = 9,6 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Gl. 6.16})$$

$$a' = a \times \frac{E_1}{E_2} = 1,0 \times \frac{16}{16} = 1,0 \geq 0,26 \quad \checkmark \quad (\text{Gl. 6.05})$$

Damit stehen mit $S_{Bv} = 16 \text{ N/mm}^2$ und $S_{Bh} = 9,6 \text{ N/mm}^2$ die Bezugsgrößen für das Steifigkeitsverhältnis und die Systemsteifigkeit fest.

6.4 Lastaufteilung und Steifigkeitswerte

6.4.1 Rohrsteifigkeit

Hier trennen sich die beiden Nachweise. Der Grund liegt allein in der Frage, wie lange die Last wirkt.

Im Kurzzeittestnachweis wirkt die gesamte Last kurzzeitig, sodass der Kurzzeitwert S_{0K} nach Tabelle 5 anzusetzen ist. Dieser Wert ist für alle drei Einbautiefen derselbe.

Im Langzeittestnachweis wirken Erd- und Verkehrslast gleichzeitig, aber unterschiedlich lange. Die Erdlast wirkt ständig und die Verkehrslast kurzzeitig. Im Arbeitsblatt wird dies über eine gewichtete Rohrsteifigkeit $\bar{S}_0$ abgebildet. Da sich das Verhältnis von Erd- zu Verkehrslast mit der Einbautiefe verschiebt (vgl. Tabelle 7), ergibt sich für jede Einbautiefe ein eigener Wert. Angewendet wird Gleichung (6.10d) und nicht (6.10c), da für den Verbundquerschnitt kein einheitlicher Elastizitätsmodul vorliegt, der gewichtet werden könnte.

Kurzzeittestnachweis

$$S_0 = S_{0K} = 1,566 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für alle drei Einbautiefen} \quad (\text{Tabelle 5})$$

Langzeitnachweis

$$\bar{S}_0 = \frac{p_E \times S_{0L} + p_V \times S_{0K}}{p_E + p_V} \quad \text{mit } S_{0L} = 0,522 \text{ N/mm}^2 \quad \text{aus Tabelle 5} \quad (\text{Gl. 6.10d})$$

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = \frac{20 \times 0,522 + 57,3 \times 1,566}{20 + 57,3} = 1,296 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = \frac{40 \times 0,522 + 29,78 \times 1,566}{40 + 29,78} = 0,967 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = \frac{80 \times 0,522 + 14,75 \times 1,566}{80 + 14,75} = 0,685 \text{ N/mm}^2$$

Die Größe $\bar{S}_0$ ist die maßgebende Rohrsteifigkeit für den Langzeitnachweis. Sie wird überall an Stelle von S_0 angesetzt. Im Kurzzeitnachweis wird unverändert mit S_{0K} gerechnet.

Mindestrohrsteifigkeit

Die Mindestrohrsteifigkeit ist nur für den Langzeitnachweis definiert.

$$S_R = 3 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^2 \quad \text{und} \quad S_0 = 0,375 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Abschnitt 6.3.3})$$

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = 1,296 \text{ N/mm}^2 \geq 0,000375 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = 0,967 \text{ N/mm}^2 \geq 0,000375 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } \bar{S}_0 = 0,685 \text{ N/mm}^2 \geq 0,000375 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

Der kleinste in dieser Arbeit auftretende Wert ist $S_{0,\text{äq}} = 0,233 \text{ N/mm}^2$ im Grenzfall ohne Verbundwirkung bei Langzeitbelastung (vgl. Tabelle 5). Auch dieser überschreitet den Mindestwert deutlich.

Systemsteifigkeit und Tragverhalten

Die Systemsteifigkeit wird wie schon erläutert über das Verhältnis V_{RB} beschrieben (vgl. Kapitel 3.4.1).

$$V_{RB} = \frac{8 \times S_0}{S_{Bh}} \quad (\text{Gl. 6.15})$$

Kurzzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m} / 2,0 \text{ m} / 4,0 \text{ m: } V_{RB} = \frac{8 \times 1,566}{9,6} = 1,305 > 1 \quad \rightarrow \text{biegesteif}$$

Langzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } V_{RB} = \frac{8 \times 1,296}{9,6} = 1,08 > 1 \quad \rightarrow \text{biegesteif}$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } V_{RB} = \frac{8 \times 0,967}{9,6} = 0,81 \leq 1 \quad \rightarrow \text{biegeweich}$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } V_{RB} = \frac{8 \times 0,685}{9,6} = 0,57 \leq 1 \quad \rightarrow \text{biegeweich}$$

Daraus folgt aus Tabelle 9 nach A 127 für gewählte Bodengruppe G1:

$$\text{biegesteif: } K_2 = 0,5, \quad q_h^* = 0$$

biegeweich: $K_2 = 0,4$, $q_h^* > 0$

q_h^* nach Gl. (7.02a).

Da V_{RB} bei $h = 1,0$ m nur knapp oberhalb der Grenze liegt, ist das Rohr nach Abschnitt 9.1 nicht eindeutig zuzuordnen und für beide Verhaltensweisen nachzuweisen. Die Vergleichsrechnung als biegeweiches Rohr folgt in Kapitel 6.5.2.

Steifigkeitsverhältnis

Das Steifigkeitsverhältnis ist nur im Langzeitnachweis für $V_{RB} \leq 1$ erforderlich.

Verformungsbeiwerte für Biegemomente mit Lagerungsfall I und $2\alpha = 120^\circ$ nach Tabelle 10a:

$$c_{v,qv} = -0,0893 \quad c_{v,qh} = +0,0833 \quad c_{v,w} = -0,0477 \quad c_{v,qh}^* = +0,0640$$

$$c_{h,qv} = +0,0891 \quad c_{h,qh} = -0,0833 \quad c_{h,w} = +0,0476 \quad c_{h,qh}^* = -0,0658$$

$$K^* = \frac{c_{h,qv}}{V_{RB} - c_{h,qh}^*} \quad (\text{Gl. 6.14})$$

$$c_v^* = c_{v,qv} + c_{v,qh}^* \times K^* \quad (\text{Gl. 6.13})$$

$$V_S = \frac{8S_0}{|c_v^*| \times S_{Bv}} \quad (\text{Gl. 6.08a})$$

Für $h = 1,0$ m: entfällt

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } K^* = \frac{0,0891}{0,81 - (-0,0658)} = 0,102$$

$$c_v^* = -0,0893 + 0,064 \times 0,102 = -0,0828$$

$$V_S = \frac{8 \times 0,967}{|-0,0828| \times 16} = 5,84$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } K^* = \frac{0,0891}{0,57 - (-0,0658)} = 0,14$$

$$c_v^* = -0,0893 + 0,064 \times 0,14 = -0,0803$$

$$V_S = \frac{8 \times 0,685}{|-0,0803| \times 16} = 4,27$$

Im Kurzzeitnachweis sowie im Langzeitnachweis bei $h = 1,0$ m entfällt dieser Schritt, da dort $V_{RB} > 1$ gilt und unmittelbar mit $\lambda_R = \max \lambda$ weiterzurechnen ist (vgl. Kapitel 3.4.2).

Prüfung der Verformungsbeiwerte

6.4.2 Konzentrationsfaktoren und vertikale Gesamtlast

Der maximale Konzentrationsfaktor und die beiden Grenzwerte hängen ausschließlich von Einbautiefe, Rohrdurchmesser und Bodenkennwerten ab. Sie enthalten keinen Elastizitätsmodul des Rohres und gelten daher für beide Nachweise unverändert.

Maximaler Konzentrationsfaktor

$$\max\lambda = 1 + \frac{\frac{h}{d_a}}{\frac{3,5}{a'} + \frac{2,2}{\frac{E_4}{E_1} \times (a' - 0,25)} + \left[\frac{0,62}{a'} + \frac{1,6}{\frac{E_4}{E_1} \times (a' - 0,25)} \right] \times \frac{h}{d_a}} \quad (\text{Gl. 6.04})$$

mit $a' = 1,0$ und der Eingrenzung: $1 \leq \max\lambda \leq 4$ (vgl. Kapitel 3.4.2).

Für $h = 1,0$ m: $\max\lambda = 1 + \frac{\frac{1000}{200}}{\frac{3,5}{1,0} + \frac{2,2}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} + \left[\frac{0,62}{1,0} + \frac{1,6}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} \right] \times \frac{1000}{200}} = 1,628$

$$1 \leq 1,628 \leq 4 \quad \checkmark$$

Für $h = 2,0$ m: $\max\lambda = 1 + \frac{\frac{2000}{200}}{\frac{3,5}{1,0} + \frac{2,2}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} + \left[\frac{0,62}{1,0} + \frac{1,6}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} \right] \times \frac{2000}{200}} = 1,825$

$$1 \leq 1,825 \leq 4 \quad \checkmark$$

Für $h = 4,0$ m: $\max\lambda = 1 + \frac{\frac{4000}{200}}{\frac{3,5}{1,0} + \frac{2,2}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} + \left[\frac{0,62}{1,0} + \frac{1,6}{\frac{160}{16} \times (1,0 - 0,25)} \right] \times \frac{4000}{200}} = 1,978$

$$1 \leq 1,978 \leq 4 \quad \checkmark$$

Grenzwerte des Konzentrationsfaktors

Für $h \leq 10$ m gilt (also für alle drei Einbautiefen):

$$\lambda_{fo} = 4,0 - 0,15 \times h \quad (\text{Gl. 6.23b})$$

Für $h = 1,0$ m: $\lambda_{fo} = 4,0 - 0,15 \times 1,0 = 3,85$

Für $h = 2,0$ m: $\lambda_{fo} = 4,0 - 0,15 \times 2,0 = 3,70$

Für $h = 4,0$ m: $\lambda_{fo} = 4,0 - 0,15 \times 4,0 = 3,40$

λ_{fu} wird durch die Gleichung (5.04) bestimmt. κ wird durch λ_{fu} und b durch d_a ersetzt (Abschnitt 6.5). Außerdem werden in dieser Gleichung K_1 , δ aus Tabelle 4 und die Überschüttungsbedingung A4 angesetzt.

$$\lambda_{fu} = \frac{1 - e^{-2 \frac{h}{d_a} K_1 \times \tan \delta}}{2 \frac{h}{d_a} K_1 \times \tan \delta} \quad (\text{Gl. 5.04})$$

Für $h = 1,0$ m: $\lambda_{fu} = \frac{1 - e^{-2 \frac{1,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)}}{2 \frac{1,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)} = 0,277$

Für $h = 2,0$ m: $\lambda_{fu} = \frac{1 - e^{-2 \frac{2,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)}}{2 \frac{2,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)} = 0,143$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } \lambda_{fu} = \frac{1 - e^{-2 \frac{4,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)}}{2 \frac{4,0}{0,2} 0,5 \times \tan(35^\circ)} = 0,071$$

Einfluss der Grabenbreite

$$b / d_a = 1 / 0,2 = 5 \geq 4 \quad \rightarrow \lambda_{RG} = \lambda_R = \text{const} \quad (\text{Gl. 6.21b})$$

Konzentrationsfaktor λ_R

$$\lambda_R = \frac{\max \lambda \times V_S + a' \times \frac{4 \times K_2 \times K'}{3} \times \frac{\max \lambda - 1}{a' - 0,25}}{V_S + a' \times \frac{3 + K_2 \times K'}{3} \times \frac{\max \lambda - 1}{a' - 0,25}} \quad (\text{Gl. 6.06a})$$

$$K' = - \frac{c_{v,qh} + \frac{c_{h,qh}}{c_{h,qv}} \times c_{v,qh} \times K^*}{c_{v,qv} + c_{v,qh} \times K^*} \quad (\text{Gl. 6.06b})$$

$$\text{Für } V_{RB} > 1 \text{ gilt } \lambda_R = \max \lambda \quad (\text{Abschnitt 6.3.2})$$

Kurzzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m} / 2,0 \text{ m} / 4,0 \text{ m:} \quad \lambda_R = \lambda_{RG} = \max \lambda$$

Langzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m:} \quad \lambda_R = \lambda_{RG} = \max \lambda = 1,628$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } K' = - \frac{0,0833 + \frac{-0,0833}{0,0891} \times 0,064 \times 0,102}{(-0,0893) + 0,064 \times 0,102} = 0,933$$

$$\lambda_R = \lambda_{RG} = \frac{1,825 \times 5,84 + 1,0 \times \frac{4 \times 0,4 \times 0,933}{3} \times \frac{1,825 - 1}{1,0 - 0,25}}{5,84 + 1,0 \times \frac{3 + 0,4 \times 0,933}{3} \times \frac{1,825 - 1}{1,0 - 0,25}} = 1,583$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } K' = - \frac{0,0833 + \frac{-0,0833}{0,0891} \times 0,064 \times 0,14}{(-0,0893) + 0,064 \times 0,14} = 0,932$$

$$\lambda_R = \lambda_{RG} = \frac{1,978 \times 4,27 + 1,0 \times \frac{4 \times 0,4 \times 0,932}{3} \times \frac{1,978 - 1}{1,0 - 0,25}}{4,27 + 1,0 \times \frac{3 + 0,4 \times 0,932}{3} \times \frac{1,978 - 1}{1,0 - 0,25}} = 1,585$$

Nachweis der Grenzwerte

$$\lambda_{fu} \leq \lambda_{RG} \leq \lambda_{fu} \quad (\text{Abschnitt 6.5})$$

Einbautiefe	<u>Kurzzeitnachweis</u>	<u>Langzeitnachweis</u>
Für h = 1,0:	$0,277 \leq 1,628 \leq 3,85 \quad \checkmark$	$0,277 \leq 1,628 \leq 3,85 \quad \checkmark$
Für h = 2,0:	$0,143 \leq 1,825 \leq 3,70 \quad \checkmark$	$0,143 \leq 1,583 \leq 3,70 \quad \checkmark$
Für h = 4,0:	$0,071 \leq 1,978 \leq 3,40 \quad \checkmark$	$0,071 \leq 1,585 \leq 3,40 \quad \checkmark$

Konzentrationsfaktor λ_B

$$\lambda_B = \frac{4 - \lambda_R}{3} \quad (\text{Gl. 6.07})$$

Einbautiefe	<u>Kurzzeitnachweis</u>	<u>Langzeitnachweis</u>
-------------	-------------------------	-------------------------

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } \lambda_B = \frac{4 - 1,628}{3} = 0,791$$

$$\lambda_B = \frac{4 - 1,628}{3} = 0,791$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } \lambda_B = \frac{4 - 1,825}{3} = 0,725$$

$$\lambda_B = \frac{4 - 1,583}{3} = 0,806$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } \lambda_B = \frac{4 - 1,978}{3} = 0,674$$

$$\lambda_B = \frac{4 - 1,585}{3} = 0,805$$

λ_B wird für den Seitendruck in Kapitel 6.4.3 benötigt.

Vertikale Gesamtlast

$$q_v = \lambda_{RG} \times p_E + p_v \quad (\text{Gl. 6.24})$$

Kurzzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } q_v = 1,628 \times 20 + 57,3 = 89,86 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } q_v = 1,825 \times 40 + 29,78 = 102,78 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } q_v = 1,978 \times 80 + 14,75 = 172,99 \text{ kN/m}^2$$

Langzeitnachweis

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } q_v = 1,628 \times 20 + 57,3 = 89,86 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } q_v = 1,583 \times 40 + 29,78 = 93,1 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } q_v = 1,585 \times 80 + 14,75 = 141,55 \text{ kN/m}^2$$

6.4.3 Druckverteilung am Rohrumfang

$$q_h = K_2 \times (\lambda_B \times p_E + \gamma_B \times \frac{d_a}{2}) \quad (\text{Gl. 7.01})$$

$$q_h^* = \frac{c_{h,qv} \times q_v + c_{h,qh} \times q_h}{V_{RB} - c_{h,qh}^*} \quad (\text{Gl. 7.02a})$$

Kurzzeitnachweis

Da $V_{RB} > 1$ ist, gilt für alle Einbautiefen $K_2 = 0,5$ und $q_h^* = 0$ (A 127, Tabelle 9)

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } q_h = 0,5 \times (0,791 \times 20 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 8,91 \text{ kN/m}^2 \quad q_h^* = 0$$

$$\text{Für } h = 2,0 \text{ m: } q_h = 0,5 \times (0,725 \times 40 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 15,5 \text{ kN/m}^2 \quad q_h^* = 0$$

$$\text{Für } h = 4,0 \text{ m: } q_h = 0,5 \times (0,674 \times 80 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 27,96 \text{ kN/m}^2 \quad q_h^* = 0$$

Langzeitnachweis

Bei $h = 1 \text{ m}$ gilt ebenfalls $K_2 = 0,5$ und $q_h^* = 0$, da $V_{RB} > 1$ ist. Bei den anderen beiden Einbautiefen gilt $K_2 = 0,4$ und q_h^* über die genannte Gleichung (7.02a).

$$\text{Für } h = 1,0 \text{ m: } q_h = 0,5 \times (0,791 \times 20 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 8,91 \text{ kN/m}^2$$

$$q_h^* = 0$$

Für $h = 2,0 \text{ m}$: $q_h = 0,4 \times (0,806 \times 40 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 13,70 \text{ kN/m}^2$

$$q_h^* = \frac{0,0891 \times 93,1 + (-0,0833) \times 13,70}{0,81 - (-0,0658)} = 8,17 \text{ kN/m}^2$$

Für $h = 4,0 \text{ m}$: $q_h = 0,4 \times (0,805 \times 80 + 20 \times \frac{0,2}{2}) = 26,56 \text{ kN/m}^2$

$$q_h^* = \frac{0,0891 \times 141,55 + (-0,0833) \times 26,56}{0,57 - (-0,0658)} = 16,35 \text{ kN/m}^2$$

Die bisherigen Ergebnisse sind als Übersicht in Tabelle 9 zusammengestellt. Sie bilden die Eingangsgrößen für die Schnittgrößen und Nachweise in Kapitel 6.5. Zwischengrößen sind nicht aufgeführt.

Tabelle 9: Zusammenstellung der Lastaufteilung und Druckverteilung, starrer Verbund

Formelzeichen	Kurzzeitchnachweis			Langzeitchnachweis		
	$h = 1,0 \text{ m}$	$h = 2,0 \text{ m}$	$h = 4,0 \text{ m}$	$h = 1,0 \text{ m}$	$h = 2,0 \text{ m}$	$h = 4,0 \text{ m}$
$p_E \text{ [kN/m}^2\text{]}$	20	40	80	20	40	80
$p_V \text{ [kN/m}^2\text{]}$	57,3	29,78	14,75	57,3	29,78	14,75
$S_0 \bar{S}_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}$	1,566			1,296	0,967	0,685
$V_{RB} \text{ [-]}$	1,305			1,08	0,81	0,57
Tragverhalten	biegesteif			biegeweich		
$K_2 \text{ [-]}$	0,5			0,4		
$V_S \text{ [-]}$	entfällt, da $V_{RB} > 1$			5,84	4,27	
$\max \lambda \text{ [-]}$	1,628	1,825	1,978	1,628	1,825	1,978
$\lambda_{f0} \text{ [-]}$	3,85	3,70	3,40	3,85	3,70	3,40
$\lambda_{fu} \text{ [-]}$	0,277	0,143	0,071	0,277	0,143	0,071
$\lambda_R = \lambda_{RG} \text{ [-]}$	1,628	1,825	1,978	1,628	1,583	1,585
$\lambda_B \text{ [-]}$	0,791	0,725	0,674	0,791	0,806	0,805
$q_v \text{ [kN/m}^2\text{]}$	89,86	102,78	172,99	89,86	93,1	141,55
$q_h \text{ [kN/m}^2\text{]}$	8,91	15,5	27,96	8,91	13,70	26,56
$q_h^* \text{ [kN/m}^2\text{]}$	0	0	0	0	8,17	16,35

6.5 Nachweise

Der Rechenweg wird nachfolgend für den Langzeitchnachweis bei $h = 4,0 \text{ m}$ vollständig ausgeschrieben. Dieser Fall enthält als einziger alle fünf Lastfälle und wird zugleich für den Spannungsnachweis maßgebend. Die übrigen Rechenfälle folgen demselben Schema und werden am Ende eines Kapitels in einer Tabelle zusammengefasst.

6.5.1 Schnittgrößen

Es werden für die Berechnung die Werte aus Tabelle 8 eingesetzt. Die Schnittgrößen werden nach Abschnitt 8.1 lastfallweise ermittelt und anschließend überlagert. Querkräfte werden vernachlässigt. Es sind die Schnittkraftbeiwerte nach Tabelle T3 I zu verwenden (A 127, Tabelle T3 I). Sie sind in Tabelle 10 und Tabelle 11 für den Lagerungsfall I bei 120° dargestellt.

Tabelle 10: Momentenbeiwerte für Lagerungsfall I und 120° nach A 127 Tabelle T3 I

Schnittstelle	m_{qv}	m_{qh}	m_{qh}^*	m_g m_g'	m_w m_w'
Scheitel	+ 0,261	- 0,250	- 0,181	+ 0,381 + 0,061	+ 0,190 + 0,061
Kämpfer	- 0,265	+ 0,250	+ 0,208	- 0,440 - 0,070	- 0,220 - 0,070
Sohle	+ 0,275	- 0,250	- 0,181	+ 0,520 + 0,083	+ 0,260 + 0,083

Tabelle 11: Normalkraftbeiwerte für Lagerungsfall I und 120° nach A 127 Tabelle T3 I

Schnittstelle	n_{qv}	n_{qh}	n_{qh}^*	n_g n_g'	n_w n_w'
Scheitel	+ 0,027	- 1,000	- 0,577	+ 0,250 + 0,040	+ 0,625 + 0,199
Kämpfer	- 1,000	0	0	- 1,571 - 0,250	+ 0,215 + 0,068
Sohle	- 0,027	- 1,000	- 0,577	- 0,250 - 0,040	+ 1,375 + 0,438

Zusätzliche Eingangswerte für den Langzeitnachweis bei $h = 4,0$ m:

$$r_m = 76,775 \text{ mm}, \quad q_v = 0,14155 \text{ N/mm}^2, \quad q_h = 0,02656 \text{ N/mm}^2, \quad q_h^* = 0,01635 \text{ N/mm}^2$$

Die Lastwerte aus den vorherigen Berechnungen werden von kN/m^2 in N/mm^2 umgeformt und eingesetzt.

Anteil aus vertikaler Gesamtbelastung

$$M_{qv} = m_{qv} \times q_v \times r_m^2 \quad (\text{Gl. 8.01})$$

$$N_{qv} = n_{qv} \times q_v \times r_m \quad (\text{Gl. 8.02})$$

Scheitel: $M_{qv} = 0,261 \times 0,14155 \times 76,775^2 = 217,77 \text{ Nmm/mm}$

$$N_{qv} = 0,027 \times 0,14155 \times 76,775 = 0,29 \text{ N/mm}$$

Kämpfer: $M_{qv} = - 0,265 \times 0,14155 \times 76,775^2 = - 221,12 \text{ Nmm/mm}$

$$N_{qv} = - 1 \times 0,14155 \times 76,775 = - 10,87 \text{ N/mm}$$

Sohle: $M_{qv} = 0,275 \times 0,14155 \times 76,775^2 = 229,45 \text{ Nmm/mm}$

$$N_{qv} = - 0,027 \times 0,14155 \times 76,775 = - 0,29 \text{ N/mm}$$

Anteil aus Seitendruck

$$M_{qh} = m_{qh} \times q_h \times r_m^2 \quad (\text{Gl. 8.03})$$

$$N_{qh} = n_{qh} \times q_h \times r_m \quad (\text{Gl. 8.04})$$

Scheitel: $M_{qh} = - 0,250 \times 0,02656 \times 76,775^2 = - 39,14 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh} = - 1 \times 0,02656 \times 76,775 = - 2,04 \text{ N/mm}$

Kämpfer: $M_{qh} = 0,250 \times 0,02656 \times 76,775^2 = 39,14 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh} = 0 \times 0,02656 \times 76,775 = 0$

Sohle: $M_{qh} = - 0,250 \times 0,02656 \times 76,775^2 = - 39,14 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh} = - 1 \times 0,02656 \times 76,775 = - 2,04 \text{ N/mm}$

Anteil aus horizontalem Bettungsreaktionsdruck

$M_{qh}^* = m_{qh}^* \times q_h^* \times r_m^2 \quad (\text{Gl. 8.05a})$

$N_{qh}^* = n_{qh}^* \times q_h^* \times r_m \quad (\text{Gl. 8.06a})$

Scheitel: $M_{qh}^* = - 0,181 \times 0,01635 \times 76,775^2 = - 17,44 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh}^* = - 0,577 \times 0,01635 \times 76,775 = - 0,72 \text{ N/mm}$

Kämpfer: $M_{qh}^* = 0,208 \times 0,01635 \times 76,775^2 = 20,05 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh}^* = 0 \times 0,01635 \times 76,775 = 0$

Sohle: $M_{qh}^* = - 0,181 \times 0,01635 \times 76,775^2 = - 17,44 \text{ Nmm/mm}$

$N_{qh}^* = - 0,577 \times 0,01635 \times 76,775 = - 0,72 \text{ N/mm}$

Anteil aus Eigengewicht

Da es keinen einheitlichen Wichte-Wert gibt, wird der Teil $\gamma_R \times s$ aus der Formel in $\sum \gamma_{Ri} \times s_i$ umgeformt. Im folgenden sind die Werte aus Tabelle 1 nochmal aufgeführt.

Stahl-Mediumrohr: $\gamma_{R1} = 78,5 \text{ kN/m}^3 = 78,5 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2 \quad s_1 = 3,6 \text{ mm}$

PUR-Dämmschicht: $\gamma_{R2} = 0,74 \text{ kN/m}^3 = 0,74 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2 \quad s_2 = 39,65 \text{ mm}$

PE-HD-Ummantelung: $\gamma_{R3} = 9,4 \text{ kN/m}^3 = 9,4 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2 \quad s_3 = 3,2 \text{ mm}$

$M_g = m_g \times \gamma_R \times s \times r_m^2 = m_g \times (\sum \gamma_{Ri} \times s_i) \times r_m^2 \quad (\text{Gl. 8.07})$

$N_g = n_g \times \gamma_R \times s \times r_m = n_g \times (\sum \gamma_{Ri} \times s_i) \times r_m \quad (\text{Gl. 8.08})$

Scheitel:

$M_g = 0,381 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,00000094 \times 3,2) \times 76,775^2$
 $= 0,77 \text{ Nmm/mm}$

$N_g = 0,250 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,00000094 \times 3,2) \times 76,775$
 $= 0,007 \text{ N/mm}$

Kämpfer:

$$\begin{aligned}M_g &= -0,440 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,0000094 \times 3,2) \times 76,775^2 \\&= -0,89 \text{ Nmm/mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_g &= -1,571 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,0000094 \times 3,2) \times 76,775 \\&= -0,041 \text{ N/mm}\end{aligned}$$

Sohle:

$$\begin{aligned}M_g &= 0,520 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,0000094 \times 3,2) \times 76,775^2 \\&= 1,05 \text{ Nmm/mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_g &= -0,250 \times (0,0000785 \times 3,6 + 0,00000074 \times 39,65 + 0,0000094 \times 3,2) \times 76,775 \\&= -0,007 \text{ N/mm}\end{aligned}$$

Anteil aus Wasserfüllung

$$M_w = m_w' \times F_w \times r_m \quad (\text{Gl. 8.09a})$$

$$N_w = n_w' \times F_w \quad (\text{Gl. 8.10a})$$

$$\text{mit } F_w = 1,0 r_i^2 \pi \gamma_w = 1,0 \times 53,55^2 \times \pi \times (10 \times 10^{-6}) = 0,090 \text{ N/mm} \quad (\text{Gl. 7.04})$$

$$\begin{aligned}\text{Scheitel: } M_w &= 0,061 \times 0,09 \times 76,775 = 0,42 \text{ Nmm/mm} \\N_w &= 0,199 \times 0,09 = 0,018 \text{ N/mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Kämpfer: } M_w &= -0,070 \times 0,09 \times 76,775 = -0,48 \text{ Nmm/mm} \\N_w &= 0,068 \times 0,09 = 0,006 \text{ N/mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Sohle: } M_w &= 0,083 \times 0,09 \times 76,775 = 0,57 \text{ Nmm/mm} \\N_w &= 0,438 \times 0,09 = 0,039 \text{ N/mm}\end{aligned}$$

Der Anteil der Wasserfüllung am Bettungsreaktionsdruck nach Gleichung (7.02b) wird nicht angesetzt, da das Arbeitsblatt den geringen Einfluss der Wasserfüllung auf die Verformung als vernachlässigbar bezeichnet (Abschnitt 8.4).

Überlagerung

Es werden alle Normalkräfte und Momente aufsummiert um den ungünstigsten Lastfall zu ermitteln.

$$M = M_{qv} + M_{qh} + M_{qh}^* + M_g + M_w$$

$$N = N_{qv} + N_{qh} + N_{qh}^* + N_g + N_w$$

Die Schnittgrößen werden in der Tabelle 12 dargestellt.

Tabelle 12: Überlagerung der Schnittgrößen, Langzeitnachweis $h = 4,0$ m

Lastfall	M Scheitel	M Kämpfer	M Sohle	N Scheitel	N Kämpfer	N Sohle
vertikale Gesamtbelastung	217,77	- 221,12	229,45	0,29	- 10,87	- 0,29
Seitendruck	- 39,14	39,14	- 39,14	- 2,04	0	- 2,04
Bettungsreaktionsdruck	- 17,44	20,05	- 17,44	- 0,72	0	- 0,72
Eigengewicht	0,77	- 0,89	1,05	0,01	- 0,04	- 0,01
Wasserfüllung	0,42	- 0,48	0,57	0,02	0,01	0,04
Summe	162,38	- 163,29	174,49	- 2,45	- 10,90	- 3,02

Die Momente in Nmm/mm und Normalkräfte in N/mm angegeben.

Die Belastung des Rohres wird vom Anteil der vertikalen Gesamtbelastung bestimmt. Seitendruck und Bettungsreaktionsdruck wirken dieser entgegen und mindern das Biegemoment am Scheitel und an der Sohle. Eigengewicht und Wasserfüllung leisten nur einen sehr geringen Beitrag zur Gesamtbeanspruchung.

Im folgenden sind die Schnittgrößen für alle Rechenfälle in Tabelle 13 dargestellt.

Tabelle 13: Schnittgrößen aller Rechenfälle (M in Nmm/mm, N in N/mm)

Einbautiefe h	Schnittstelle	Kurzzeitnachweis		Langzeitnachweis	
		M	N	M	N
1,0 m	Scheitel	126,31	- 0,47	126,31	- 0,47
	Kämpfer	- 128,60	- 6,93	- 128,60	- 6,93
	Sohle	134,16	- 0,84	134,16	- 0,84
2,0 m	Scheitel	136,47	- 0,95	115,52	- 1,20
	Kämpfer	- 139,07	- 7,93	- 116,59	- 7,18
	Sohle	145,39	- 1,37	123,63	- 1,57
4,0 m	Scheitel	226,13	- 1,76	162,38	- 2,45
	Kämpfer	- 230,38	- 13,32	- 163,29	- 10,90
	Sohle	240,83	- 2,47	174,49	- 3,02

Bei $h = 1,0$ m sind beide Nachweise identisch, da dort in beiden Fällen $V_{RB} > 1$ gilt und damit dieselbe Belastung vorliegt. Somit liegen alle maßgebenden Schnittgrößen für die weitere Berechnung vor. Im Nächsten Abschnitt folgt die Spannungsberechnung.

6.5.2 Spannungen

Die Spannungen werden nach Gleichung (8.13) an der inneren und der äußeren Randfaser der Rohrwand ermittelt.

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \alpha_k \quad (\text{Gl. 8.13})$$

Angesetzt werden die Querschnittswerte des homogenen Ersatzrohres nach Kapitel 5.7. Der Verbundquerschnitt wird damit als einschaliger Querschnitt behandelt. Ein schichtweiser Nachweis wird nicht geführt.

Die innere Randfaser ($z = 0$) wird mit positivem, die äußere Randfaser ($z = s$) mit negativem Vorzeichen des Biegeanteils ausgewertet. Zugspannungen sind positiv, Druckspannungen negativ.

$$\sigma_{\text{innen}} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \alpha_{\text{ki}}$$

$$\sigma_{\text{außen}} = \frac{N}{A} - \frac{M}{W} \alpha_{\text{ka}}$$

Die Krümmungsbeiwerte folgen aus (8.14a) und (8.14b) (vgl. Kapitel 3.5.1).

Eingangswerte aus Kapitel 4:

$$s = 46,45 \text{ mm} \quad d_a = 200 \text{ mm} \quad d_i = 107,1 \text{ mm} \quad r_m = 76,775 \text{ mm}$$

$$\alpha_{\text{ki}} = 1 + \frac{1}{3} \times \frac{46,45}{76,775} = 1,202 \quad \text{Kontrolle mit:} \quad \alpha_{\text{ki}} = \frac{3 \times 107,1 + 5 \times 46,45}{3 \times 107,1 + 3 \times 46,45} = 1,202 \quad \checkmark$$

$$\alpha_{\text{ka}} = 1 - \frac{1}{3} \times \frac{46,45}{76,775} = 0,798 \quad \text{Kontrolle mit:} \quad \alpha_{\text{ka}} = \frac{3 \times 107,1 + 46,45}{3 \times 107,1 + 3 \times 46,45} = 0,798 \quad \checkmark$$

Das Widerstandsmoment W ist wie folgt berechnet:

$$\text{Mit } s = A = 46,45 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$W = \frac{s^2}{6} = 359,6 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

Die Fläche A und das Widerstandsmoment W sind rein geometrische Größen und damit für Kurz- und Langzeitnachweis sowie für alle drei Einbautiefen identisch (vgl. Kapitel 5.7).

Beispielhaft wird die Spannung bei $h = 4,0\text{m}$ für den Langzeitnachweis in der Sohle berechnet (Gl. 8.13). Die jeweiligen Schnittgrößen werden aus dem vorherigen Kapitel (vgl. Kapitel 6.5.1) der Tabelle 12 entnommen.

Innere Randfaser

$$\sigma_{\text{innen}} = \frac{-3,02}{46,45} + \frac{174,49}{359,6} \times 1,202 = 0,52 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Zug}$$

Äußere Randfaser

$$\sigma_{\text{außen}} = \frac{3,02}{46,45} - \frac{174,49}{359,6} \times 0,798 = -0,45 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Druck}$$

Somit wären die Spannungen an der Sohle bei Langzeitbelastung für beide Randfasern bestimmt. Die übrigen Schnitte werden nach demselben Schema berechnet und in Tabelle 14 zusammengefasst

Tabelle 14: Zusammenstellung der Randspannungen in N/mm²

Einbautiefe h	Schnitt	Kurzzeitbelastung		Langzeitbelastung	
		σ_{innen}	$\sigma_{\text{außen}}$	σ_{innen}	$\sigma_{\text{außen}}$
1,0 m	Scheitel	+ 0,41	- 0,29	+ 0,41	- 0,29
	Kämpfer	- 0,58	+ 0,14	- 0,58	+ 0,14
	Sohle	+ 0,43	- 0,32	+ 0,43	- 0,32
2,0 m	Scheitel	+ 0,44	- 0,32	+ 0,36	- 0,28
	Kämpfer	- 0,64	+ 0,14	- 0,54	+ 0,10
	Sohle	+ 0,47	- 0,35	+ 0,38	- 0,31
4,0 m	Scheitel	+ 0,72	- 0,54	+ 0,49	- 0,41
	Kämpfer	- 1,06	+ 0,23	- 0,78	+ 0,13
	Sohle	+ 0,75	- 0,59	+ 0,52	- 0,45

Die maßgebenden Spannungswerte beider Randfasern sind in Tabelle 14 fett hervorgehoben und treten jeweils bei einer Einbautiefe von 4 m auf.

Die Randspannungen sind Spannungen des homogenen Ersatzrohres und nicht Spannungen der drei Werkstoffe. Sie beschreiben die Beanspruchung des Querschnitts als Ganzes. Ein Spannungsnachweis lässt sich mit ihnen nicht führen, weil dem Ersatzrohr kein Werkstoff und damit kein Vergleichswert σ_R zugeordnet werden kann. Wie der Nachweis stattdessen geführt wird, ist in Kapitel 6.6.1 dargestellt. Aus den Randspannungen werden im Folgenden (Kapitel 6.5.3) die zugehörigen Randfaserdehnungen ermittelt.

6.5.3 Dehnungen

Die Dehnungen werden mithilfe der ermittelten Spannungen (siehe Tabelle 13) berechnet.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{s}{2r_m^3 \times 8S_0} \times \left(\frac{s \times N}{6} \pm M \times \alpha_k \right) \quad (\text{Gl. 8.15})$$

Da die Spannungen an der oberen und der unteren Randfaser ermittelt wurden, wird auch die Dehnung mit dem ermittelten äquivalenten Elastizitätsmodul des Verbundrohres berechnet.

$$E_{\text{äq,K}} = 678,8 \text{ N/mm}^2 \quad E_{\text{äq,L}} = 226,1 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{siehe Kapitel 5.7})$$

Auch hier wird es beispielhaft für die Sohle unter Langzeitbelastung bei einer Einbautiefe von $h = 4 \text{ m}$ durchgerechnet. Die übrigen Schnitte erfolgen nach demselben Schema und werden anschließend tabellarisch (siehe Tabelle 15) zusammengefasst.

Innere Randfaser:

$$\varepsilon_{\text{innen}} = \frac{0,52}{226,1} = 2,3 \times 10^{-3} = 0,23 \% \quad \rightarrow \text{Zug (Dehnung)}$$

Äußere Randfaser:

$$\varepsilon = \frac{-0,45}{226,1} = -2,0 \times 10^{-3} = -0,20 \% \quad \rightarrow \text{Druck (Stauchung)}$$

Die Kontrolle erfolgt über die zweite Gleichung in Gl.8.15:

$$S_{0K} = 1,566 \text{ N/mm}^2 \quad S_{0L} = 0,522 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{siehe Tabelle 5})$$

Innere Randfaser:

$$\varepsilon = \frac{46,45}{2 \times 76,775^3 \times 8 \times 0,522} \times \left(\frac{46,45 \times (-3,02)}{6} + 174,49 \times 1,202 \right) = 2,3 \times 10^{-3} = 0,23 \% \quad \checkmark$$

Äußere Randfaser:

$$\varepsilon = \frac{46,45}{2 \times 76,775^3 \times 8 \times 0,522} \times \left(\frac{46,45 \times (-3,02)}{6} - 174,49 \times 0,798 \right) = -2,0 \times 10^{-3} = -0,20 \% \quad \checkmark$$

Beide Gleichungen führen auf denselben Wert. Ein positiver Wert der Dehnung (in % angegeben) spricht für eine Zugdehnung, ein negativer Wert für eine Stauchung.

Tabelle 15: Zusammenstellung der Randfaserdehnungen in %

Einbautiefe h	Schnitt	Kurzzeitbelastung		Langzeitbelastung	
		Eininnen	Eaußen	Eininnen	Eaußen
1,0 m	Scheitel	+ 0,06	- 0,04	+ 0,18	- 0,13
	Kämpfer	- 0,09	+ 0,02	- 0,26	+ 0,06
	Sohle	+ 0,06	- 0,05	+ 0,19	- 0,14
2,0 m	Scheitel	+ 0,06	- 0,05	+ 0,16	- 0,13
	Kämpfer	- 0,09	+ 0,02	- 0,24	+ 0,05
	Sohle	+ 0,07	- 0,05	+ 0,17	- 0,14
4,0 m	Scheitel	+ 0,11	- 0,08	+ 0,22	- 0,18
	Kämpfer	- 0,16	+ 0,03	- 0,35	+ 0,06
	Sohle	+0,11	- 0,09	+ 0,23	- 0,20

Die maßgebenden Dehnungswerte beider Randfasern sind in Tabelle 14 fett hervorgehoben und treten jeweils unter Langzeitbelastung bei einer Einbautiefe von 4 m auf.

Neben den Spannungen und Dehnungen ist im nächsten Kapitel die Formänderung des Rohres nachzuweisen.

6.5.4 Verformungen

Die vertikale Durchmesseränderung infolge äußerer Lasten ergibt sich durch:

$$\Delta d_v = \frac{2 \times r_m}{8s_0} \times (c_{v,qv} \times q_v + c_{v,qh} \times q_h + c_{v,qh}^* \times q_h^*) \quad (\text{Gl. 8.16a})$$

Daraus folgt die vertikale Verformung mit:

$$\delta_v = \frac{\Delta d_v}{2 \times r_m} \times 100 \quad \text{in [\%]} \quad (\text{Gl. 8.17})$$

Die Verformungsbeiwerte sind nach der Tabelle (A 127, Tabelle 10a) mit dem Auflagerwinkel $2\alpha = 120^\circ$ zu entnehmen (vgl. Kapitel 6.4.1).

$$c_{v,qv} = - 0,0893 \quad c_{v,qh} = + 0,0833 \quad c_{v,qh}^* = + 0,0640$$

Die Eingangswerte für die Berechnung werden in der folgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 16: Eingangswerte der Rohrsteifigkeit und der dazugehörigen Lastanteilen

Zeitzustand	Einbautiefe h	S_0 [N/mm ²]	q_v [kN/m ²]	q_h [kN/m ²]	q_h^* [kN/m ²]
Kurzzeit	1,0 m	1,566	89,86	8,91	0
	2,0 m		102,78	15,50	0
	4,0 m		172,99	27,96	0
Langzeit	1,0 m	1,296	89,86	8,91	0
	2,0 m	0,967	93,10	13,70	8,17
	4,0 m	0,685	141,55	26,56	16,35

Die Berechnung wird auch in diesem Kapitel beispielhaft für den Langzeitnachweis bei $h = 4,0$ m durchgeführt. Die übrigen Rechnungen werden nach demselben Schema berechnet und werden abschließend in einer Tabelle zusammengefasst.

Für $h = 4,0 \text{ m}$ und Langzeitbelastung:

$$\Delta d_v = \frac{2 \times 76,775}{8 \times 0,685} \times (-0,0893 \times 141,55 + 0,0833 \times 26,56 + 0,0640 \times 16,35) / 1000 = -0,263 \text{ mm}$$

Die Gleichung wird am Ende durch den Wert 1000 dividiert, um das Ergebnis in Millimetern anzugeben.

$$\delta_v = \frac{-0,263}{2 \times 76,775} \times 100 = -0,17 \%$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass sich der vertikale Durchmesser des Verbundohrs um 0,17 % verkürzt. Das Rohr flacht also ab und die übrigen Fälle werden nach demselben Schema berechnet und in Tabelle (Tabelle 17) dargestellt.

Tabelle 17: Zusammenstellung der Verformungen

Zeitzustand	Einbautiefe h	Δd_v [mm]	δ_v [%]
Kurzzeit	1,0 m	- 0,089	- 0,058
	2,0 m	- 0,097	- 0,063
	4,0 m	- 0,161	- 0,105
Langzeit	1,0 m	- 0,108	- 0,070
	2,0 m	- 0,132	- 0,086
	4,0 m	- 0,263	- 0,17

Mit den Spannungen, Dehnungen und Verformungen liegen alle Beanspruchungsgrößen vor. In diesem Kapitel werden die maßgebenden Nachweise geführt und mit den erforderlichen Werten nach Tabelle 12 und Tabelle 13 aus dem Arbeitsblatt verglichen (A 127, Tabelle 12 und Tabelle 13).

6.6 Maßgebende Nachweise

Mit den Spannungen, Dehnungen und Verformungen liegen alle Beanspruchungsgrößen vor. In diesem Kapitel werden die maßgebenden Nachweise geführt und mit den erforderlichen Werten nach Tabelle 12 und Tabelle 13 aus dem Arbeitsblatt verglichen (A 127, Tabelle 12 und 13).

Das Rohr ist nicht eindeutig zuzuordnen und daher für beide Tragverhalten nachzuweisen (vgl. Kapitel 3.5.2 und 6.4.1).

In der folgenden Tabelle sind das Tragverhalten und die erforderlichen Nachweise dargestellt.

Tabelle 18: Tragverhalten und erforderliche Nachweise

Rechenfall	S_0 [N/mm ²]	V_{RB} [-]	Tragverhalten	erf. Nachweise
Kurzzeit $h = 1,0 \text{ m}$	1,566	1,305	biegesteif	Spannung
Kurzzeit $h = 2,0 \text{ m}$	1,566	1,305	biegesteif	Spannung
Kurzzeit $h = 4,0 \text{ m}$	1,566	1,305	biegesteif	Spannung
Langzeit $h = 1,0 \text{ m}$	1,296	1,080	biegesteif	Spannung
Langzeit $h = 2,0 \text{ m}$	0,967	0,806	biegeweich	Spannung/Dehnung, Verformung, Stabilität
Langzeit $h = 4,0 \text{ m}$	0,685	0,571	biegeweich	Spannung/Dehnung, Verformung, Stabilität

Damit wird das Rohr für beide Tragverhalten nachgewiesen.

6.6.1 Spannungsnachweis

Nach Kapitel 3.6.2 lässt sich mit den Randspannungen des Ersatzrohres kein Nachweis führen, da für den Ersatzquerschnitt kein Rechenwert σ_R existiert. Der Nachweis wird deshalb am realen Querschnitt geführt. Die Schnittgrößen bleiben unverändert. Anstelle der Querschnittswerte des Ersatzrohres nach Kapitel 5.7 werden für die Spannungsberechnung die werkstoffbezogenen ideellen Querschnittswerte verwendet, die aus den in Kapitel 5.4 bestimmten Steifigkeiten zurückgerechnet werden.

$$A_{\text{innen}} = \frac{EA_{\text{äq}}}{E_{\text{Stahl}}} \quad W_{\text{innen}} = \frac{EI_{\text{äq}}}{E_{\text{Stahl}} \times z_s}$$

$$A_{\text{außen}} = \frac{EA_{\text{äq}}}{E_{\text{PE-HD}}} \quad W_{\text{außen}} = \frac{EI_{\text{äq}}}{E_{\text{PE-HD}} \times (s - z_s)}$$

Es werden somit die Eingangsparameter für jeweils Kurz- und Langzeitbelastung in der folgenden Tabelle kurz zusammengefasst. Die Wanddicke $s = 46,45 \text{ mm}$.

Tabelle 19: Eingangsparameter für die Berechnung der ideellen Querschnittswerte für Kurz- und Langzeit

Formelzeichen	Kurzzeit	Langzeit
$E_{\text{Stahl}} [\text{N/mm}^2]$	210.000	210.000
$E_{\text{PE-HD}} [\text{N/mm}^2]$	800	160
$EA_{\text{äq}} [\text{N/mm}]$	758.766	756.718
$EI_{\text{äq}} [\text{Nmm}^2/\text{mm}]$	5.669.220	1.888.310
$z_s [\text{mm}]$	1,951	1,835

Kurzzeitbelastung:

$$A_{\text{innen}} = \frac{758.766}{210.000} = 3,61 \text{ mm}^2/\text{mm} \quad W_{\text{innen}} = \frac{5.669.220}{210.000 \times 1,951} = 13,84 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

$$A_{\text{außen}} = \frac{758.766}{800} = 948,5 \text{ mm}^2/\text{mm} \quad W_{\text{außen}} = \frac{5.669.220}{800 \times (46,45 - 1,951)} = 159,25 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

Langzeitbelastung:

$$A_{\text{innen}} = \frac{756.718}{210.000} = 3,60 \text{ mm}^2/\text{mm} \quad W_{\text{innen}} = \frac{1.888.310}{210.000 \times 1,835} = 4,90 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

$$A_{\text{außen}} = \frac{756.718}{160} = 4729,5 \text{ mm}^2/\text{mm} \quad W_{\text{außen}} = \frac{1.888.310}{160 \times (46,45 - 1,835)} = 264,53 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

Nun sind die ideellen Querschnittswerte bestimmt und es können die Spannungen nach Gleichung (Gl. 8.13) für die einzelnen Bereiche ermittelt werden. Es wird wieder beispielhaft an der Sohle für $h = 4,0 \text{ m}$ berechnet und anschließend werden alle Spannungswerte tabellarisch zusammengefasst. Die Korrekturbeiwerte α_{ki} und α_{ka} bleiben unverändert und werden dem Kapitel 6.5.2 entnommen.

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \alpha_k \quad (\text{Gl. 8.13})$$

Spannungen an der Sohle für in die innere und äußere Randfaser bei h = 4,0 m:

$$\sigma_{\text{innen}} = \frac{N}{A_{\text{innen}}} + \frac{M}{W_{\text{innen}}} \alpha_{\text{ki}}$$

$$\sigma_{\text{außen}} = \frac{N}{A_{\text{außen}}} - \frac{M}{W_{\text{außen}}} \alpha_{\text{ka}}$$

Kurzzeitnachweis:

$$\sigma_{\text{innen}} = \frac{-2,47}{3,61} + \frac{240,83}{13,84} \times 1,202 = 20,23 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Zug}$$

$$\sigma_{\text{außen}} = \frac{-2,47}{948,5} - \frac{240,83}{159,25} \times 0,798 = -1,21 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Druck}$$

Langzeitnachweis:

$$\sigma_{\text{innen}} = \frac{-3,02}{3,60} + \frac{174,49}{4,90} \times 1,202 = 41,96 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Zug}$$

$$\sigma_{\text{außen}} = \frac{-3,02}{4729,5} - \frac{174,49}{264,53} \times 0,798 = -0,53 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \text{Druck}$$

Die übrigen Schnitte werden nach demselben Schema berechnet und sind in Tabelle 20 dargestellt.

Tabelle 20: Werkstoffbezogene Randspannungen in N/mm²

h	Schnitt	Kurzzeit		Langzeit	
		σ_{innen}	$\sigma_{\text{außen}}$	σ_{innen}	$\sigma_{\text{außen}}$
1,0 m	Scheitel	+ 10,84	- 0,63	+ 30,84	- 0,38
	Kämpfer	- 13,09	+ 0,64	- 33,46	+ 0,39
	Sohle	+ 11,42	- 0,67	+ 32,67	- 0,41
2,0 m	Scheitel	+ 11,59	- 0,69	+ 28,00	- 0,35
	Kämpfer	- 14,27	+ 0,69	- 30,58	+ 0,35
	Sohle	+ 12,25	- 0,73	+ 29,88	- 0,37
4,0 m	Scheitel	+ 19,15	- 1,14	+ 39,14	- 0,49
	Kämpfer	- 23,69	+ 1,14	- 43,07	+ 0,49
	Sohle	+ 20,23	- 1,21	+ 41,95	- 0,53

Zug- und Druckspannungen sind getrennt nachzuweisen (A 127, Abschnitt 9.6.2). Für jeden Werkstoff und Rechenfall werden daher die jeweils maßgebenden Zug- und Druckspannungen ausgewertet. Während beim Stahl-Mediumrohr die größte Zugspannung im Bereich der Sohle und die größte Druckspannung im Bereich des Kämpfers auftritt, verhält es sich bei der PE-HD-Ummantelung umgekehrt. Der Scheitel wird in keinem Fall maßgebend,

Die Nachweise werden daher für das Stahl-Mediumrohr und die PE-HD-Ummantelung getrennt durchgeführt.

Die Werkstoffkennwerte werden dem Arbeitsblatt DWA-A 127-10 entnommen. Die Werkstofftabelle der ATV-DVWK-A 127 ist damit ersetzt (vgl. Kapitel 4.2).

Die erforderlichen Sicherheitsbeiwerte sind dagegen weiterhin der ATV-DVWK-A 127 zu entnehmen, da DWA-A 127-10 ausschließlich Werkstoffkennwerte enthält. Maßgebend für den Spannungsnachweis ist Tabelle 12. Der Sicherheitswert ergibt sich zu:

$$\gamma = \frac{\sigma_R}{\sigma} = \frac{\sigma_D}{\sigma} \quad (\text{Gl. 9.01a})$$

Die jeweiligen Spannungsgrenzen für den jeweiligen Werkstoff werden mit σ_R für Biegezugfestigkeit und σ_D für Druck bezeichnet. Im Folgenden sind die Eingangswerte für den jeweiligen Werkstoff.

Für das Stahl-Mediumrohr:

$$\sigma_D = \sigma_R = 245 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{DWA-A 127-10, Tabelle 3})$$

$$\text{erf } \gamma = 1,5 \quad (\text{ATV-DVWK-A 127, Tabelle 12})$$

Für die PE-HD-Ummantelung:

$$\sigma_{D,K} = 35 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{D,L} = 23 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{R,K} = 21 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{R,L} = 14 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{DWA-A 127-10, Tabelle 3})$$

$$\text{erf } \gamma = 2,5 \quad (\text{ATV-DVWK-A 127, Tabelle 12})$$

Tabelle 21: Spannungsnachweis Stahl-Mediumrohr und PE-HD-Ummantelung; Spannungen in N/mm²

Stahl-Mediumrohr							
Zeitbezug	h [m]	Druck/Zug	Schnitt	σ_{vorh}	$\sigma_D ; \sigma_R$	$\gamma_{\text{vorh}} > \gamma_{\text{erf}}$	Nachweis
Kurzzeit	1,0	Zug	Sohle	+ 11,42	245	21,45 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 13,09	245	18,72 > 1,5	erfüllt ✓
	2,0	Zug	Sohle	+ 12,25	245	20,00 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 14,27	245	17,17 > 1,5	erfüllt ✓
	4,0	Zug	Sohle	+ 20,23	245	12,11 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 23,69	245	10,34 > 1,5	erfüllt ✓
Langzeit	1,0	Zug	Sohle	+ 32,67	245	7,50 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 33,46	245	7,32 > 1,5	erfüllt ✓
	2,0	Zug	Sohle	+ 29,88	245	8,20 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 30,58	245	8,01 > 1,5	erfüllt ✓
	4,0	Zug	Sohle	+ 41,95	245	5,84 > 1,5	erfüllt ✓
		Druck	Kämpfer	- 43,07	245	5,69 > 1,5	erfüllt ✓
PE-HD-Ummantelung							
Zeitbezug	h [m]	Druck/Zug	Schnitt	σ_{vorh}	$\sigma_D ; \sigma_R$	$\gamma_{\text{vorh}} > \gamma_{\text{erf}}$	Nachweis
Kurzzeit	1,0	Zug	Kämpfer	+ 0,64	21	32,81 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 0,67	35	52,24 > 2,5	erfüllt ✓
	2,0	Zug	Kämpfer	+ 0,69	21	30,43 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 0,73	35	47,95 > 2,5	erfüllt ✓
	4,0	Zug	Kämpfer	+ 1,14	21	18,42 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 1,21	35	28,93 > 2,5	erfüllt ✓
Langzeit	1,0	Zug	Kämpfer	+ 0,39	14	35,90 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 0,41	23	56,10 > 2,5	erfüllt ✓
	2,0	Zug	Kämpfer	+ 0,35	14	40,00 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 0,37	23	62,16 > 2,5	erfüllt ✓
	4,0	Zug	Kämpfer	+ 0,49	14	28,57 > 2,5	erfüllt ✓
		Druck	Sohle	- 0,53	23	43,40 > 2,5	erfüllt ✓

Somit ist der Spannungsnachweis für die maßgebenden Stellen erfolgt und es folgt der Dehnungsnachweis.

6.6.2 Dehnungsnachweis

Abschnitt 9.2 lässt den Dehnungsnachweis alternativ zu. Nachzuweisen ist entweder:

$$\gamma = \frac{\sigma_R}{\sigma} \text{ oder } \gamma = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon} \quad (\text{Gl. 9.01a})$$

Dies wurde in Kapitel 6.6.1 bereits berechnet.

Die in Kapitel 6.5.3 ermittelten Randfaserdehnungen des Ersatzrohres werden dennoch zur Einordnung herangezogen. Sie erreichen mit maximal 0,345 % dieselbe Größenordnung wie die Rechenbeispiele des Arbeitsblatts, die für erdverlegte Kunststoffrohre Werte zwischen 0,138 % und 0,291 % ausweisen (A 127, Anhang 3, S. 65). Die Berechnung ist damit plausibel.

6.6.3 Tragfähigkeitsnachweis

Der Tragfähigkeitsnachweis nach Gleichung (9.02) setzt die Scheiteldruckkraft F_N voraus. Für das betrachtete Kunststoffmantelrohr ist hierfür weder in der DIN EN 253 noch im Arbeitsblatt ATV-DVWK-A 127 ein entsprechender Wert festgelegt. Da die Gleichung ohne F_N nicht ausgewertet werden kann, wird auf diesen Nachweis verzichtet.

6.6.4 Verformungsnachweis

Für biegeeweiche Rohre ist die vertikale Durchmesseränderung mit dem zulässigen Wert zu vergleichen. Für den Langzeitnachweis gilt zul $\delta_v = 6 \%$ (A 127, Abschnitt 9.4).

Da das Rohr bei einer Überdeckungshöhe von 1 m im Grenzbereich zwischen biegeweichem und biegesteifem Tragverhalten klassifiziert wurde, wird hier auch die Verformung nachgewiesen.

Tabelle 22: Verformungsnachweise

Rechenfall	vorh δ_v [%]	zul δ_v [%]	Ausnutzung [%]	Nachweis
Langzeit h = 1,0 m	0,070	6,0	1,16	erfüllt ✓
Langzeit h = 2,0 m	0,086	6,0	1,4	erfüllt ✓
Langzeit h = 4,0 m	0,17	6,0	2,9	erfüllt ✓

Der Nachweis ist mit einer Ausnutzung von 2,9 % im maßgebenden Fall weit auf der sicheren Seite.

6.6.5 Stabilitätsnachweis

Für die beiden biegeweichen Rechenfälle ist der Stabilitätsnachweis gegen die vertikale Gesamtlast zu führen (A 127, Abschnitt 9.5.3.1). Der Nachweis gegen äußeren Wasserdruck nach Abschnitt 9.5.3.2 entfällt, da kein Grundwasser angesetzt wird (vgl. Kapitel 4.4). Damit entfällt auch die Überlagerung beider Einwirkungen nach Abschnitt 9.5.3.3.

Ergänzend wird der Langzeitnachweis bei $h = 1,0$ m mitgeführt. Dieser liegt mit $V_{RB} = 1,080$ nur knapp oberhalb der Grenze.

Die Beullast folgt für $V_{RB} > 0,1$ mit:

$$q_{v,krit} = \kappa_{v2} \times \left(3 + \frac{1}{3 \times V_{RB}} \right) \times 8S_0 \quad (\text{Gl. 9.06b})$$

Der Sicherheitsbeiwert gegen Beulen ergibt sich zu:

$$\gamma = \frac{q_{v,krit}}{q_v} \quad (\text{Gl. 9.07})$$

Für $\phi' = 35^\circ$ wird für alle drei Rechenfälle mit $V_{RB} = 0,571$, $V_{RB} = 0,806$ und $V_{RB} = 1,080$ der Wert $\kappa_{v2} = 0,86$ abgelesen (A 127, Diagramm D11).

Für die Rohrsteifigkeit S_0 wird die gewichtete Rohrsteifigkeit $\bar{S}_0$ angesetzt (A 127, Abschnitt 9.5.3.1). Die Eingangsparameter und die Ergebnisse werden in den folgenden Tabellen dargestellt.

Tabelle 23: Eingangswerte für den Stabilitätsnachweis

Rechenfall	S_0 [N/mm ²]	V_{RB} [-]	q_v [N/mm ²]	κ_{v2} [-]
Langzeit, $h = 1,0$ m	1,296	1,080	0,0899	0,86
Langzeit, $h = 2,0$ m	0,967	0,806	0,0931	0,86
Langzeit, $h = 4,0$ m	0,685	0,571	0,1416	0,86

Die vertikale Gesamtlast q_v ist Kapitel 6.4 entnommen und von kN/m² in N/mm² umgerechnet.

Mit den vorliegenden Eingangswerten können die Berechnungen nach den Gleichungen (9.06b) und (9.07) durchgeführt werden.

Tabelle 24: Stabilitätsnachweis

Rechenfall	$q_{v,krit}$ [N/mm ²]	q_v [N/mm ²]	$\gamma_{vorh} > \gamma_{erf}$	Nachweis
Langzeit, $h = 1,0$ m	29,50	0,0899	$328 > 2,0$	erfüllt ✓
Langzeit, $h = 2,0$ m	22,71	0,0931	$244 > 2,0$	erfüllt ✓
Langzeit, $h = 4,0$ m	16,89	0,1416	$119 > 2,0$	erfüllt ✓

Da die Vorverformungen über κ_{v2} berücksichtigt sind, gilt $\gamma_{erf} = 2,0$ (A 127, Tabelle 13; vgl. Kapitel 3.5.2).

6.6.6 Zusammenfassung

Abschließend werden die durchgeführten Nachweise in Anlehnung an die Darstellung des Rechenbeispiels nach ATV-DVWK-A 127 in der folgenden Tabelle auf der nächsten Seite zusammengefasst. Getrennt dargestellt sind der Kurzzeit- und Langzeitzustand. Die Abschnitts- und Gleichungsnummern beziehen sich ebenfalls auf das Arbeitsblatt.

Tabelle 25: Übersicht der Nachweise, Kurzzeitzustand

Abschnitt (Gl.-Nr.) Tab.-Nr.	Größe	Einheit	h = 1,0 m	h = 2,0 m	h = 4,0 m
(6.15)	V_{RB}	[-]	1,305	1,305	1,305
9.1	Rohrverhalten	[-]	biegesteif	biegesteif	biegesteif
9.2	Spannungsnachweis Stahl-Mediumrohr				
DWA- A 127-10, Tabelle 3	$\sigma_R = \sigma_D$ (Zug/Druck)	[N/mm ²]	245	245	245
(9.01a)	vorh γ (Zug)	[-]	21,45	20,00	12,11
(9.01a)	vorh γ (Druck)	[-]	18,72	17,17	10,34
A 127, Tabelle 12	erf γ	[-]	1,5	1,5	1,5
9.2	Spannungsnachweis PE-HD-Ummantelung				
DWA- A 127-10, Tabelle 7	σ_R	[N/mm ²]	21	21	21
DWA- A 127-10, Tabelle 7	σ_D	[N/mm ²]	35	35	35
(9.01a)	vorh γ (Zug)	[-]	32,81	30,43	18,42
(9.01a)	vorh γ (Druck)	[-]	52,24	47,95	28,93
A 127, Tabelle 12	erf γ	[-]	2,5	2,5	2,5
9.2	Dehnungsnachweis				
(9.01b)	γ	[-]	- ¹⁾	- ¹⁾	- ¹⁾
9.3	Tragfähigkeitsnachweis				
(9.02)	γ	[-]	- ²⁾	- ²⁾	- ²⁾
9.4	Verformungsnachweis				
(8.17)	δ_v	[%]	- ³⁾	- ³⁾	- ³⁾
9.5	Stabilitätsnachweis				
(8.17)	γ	[-]	- ³⁾	- ³⁾	- ³⁾

¹⁾ entfällt, da DWA-A 127-10 für PE-HD keinen Rechenwert ϵ_R angibt ²⁾ entfällt, da für Kunststoffmantelrohre keine Scheiteldruckkraft F_N festgelegt ist ³⁾ nicht erforderlich, da das Rohr biegesteif ist.

Tabelle 26: Übersicht der Nachweise, Langzeitzustand

Abschnitt (Gl.-Nr.) Tab.-Nr.	Größe	Einheit	h = 1,0 m	h = 2,0 m	h = 4,0 m
(6.15)	V_{RB}	[-]	1,080	0,806	0,571
9.1	Rohrverhalten	[-]	biegesteif	biegeweich	biegeweich
9.2	Spannungsnachweis Stahl-Mediumrohr				
DWA- A 127-10, Tabelle 3	$\sigma_R = \sigma_D$ (Zug/Druck)	[N/mm ²]	245	245	245
(9.01a)	vorh γ (Zug)	[-]	7,50	8,20	5,84
(9.01a)	vorh γ (Druck)	[-]	7,32	8,01	5,69
A 127, Tabelle 12	erf γ	[-]	1,5	1,5	1,5
9.2	Spannungsnachweis PE-HD-Ummantelung				
DWA- A 127-10, Tabelle 7	σ_R	[N/mm ²]	14	14	14
DWA- A 127-10, Tabelle 7	σ_D	[N/mm ²]	23	23	23
(9.01a)	vorh γ (Zug)	[-]	35,90	40,00	28,57
(9.01a)	vorh γ (Druck)	[-]	56,10	62,16	43,40
A 127, Tabelle 12	erf γ	[-]	2,5	2,5	2,5
9.2	Dehnungsnachweis				
(9.01b)	γ	[-]	- ¹⁾	- ¹⁾	- ¹⁾
9.3	Tragfähigkeitsnachweis				
(9.02)	γ	[-]	- ²⁾	- ²⁾	- ²⁾
9.4	Verformungsnachweis				
(8.17)	δ_v	[‰]	0,070 ⁴⁾	0,086	0,171
9.4	zul δ_v	[‰]	6,0	6,0	6,0
9.5.3.1	Stabilitätsnachweis, vertikale Gesamtlast				
A 127, Tabelle 1	φ'	[°]	35	35	35
Anhang 1, D11	κ_{v2}	[-]	0,86	0,86	0,86
(9.06b)	krit q_v	[N/mm ²]	29,50 ⁴⁾	22,71	16,89
(6.24)	q_v	[N/mm ²]	0,0899	0,0931	0,1416
(9.07)	vorh γ	[-]	328 ⁴⁾	244	119
A 127, Tabelle 13	erf γ	[-]	2,0	2,0	2,0
9.5.3.2	Stabilitätsnachweis, äußerer Wasserdruck				
(9.11)	γ	[-]	- ⁵⁾	- ⁵⁾	- ⁵⁾

¹⁾ bis ²⁾ siehe Tabelle 25 ⁴⁾ Rechenfall ist biegesteif. Verformungs- und Stabilitätsnachweis ergänzend geführt ⁵⁾ entfällt, da kein Grundwasser angesetzt wird. Damit entfällt auch die Überlagerung

Die maßgebenden Werte beider Zeitbezüge sind hervorgehoben und in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

Tabelle 27: Maßgebende Nachweise

Nachweis	Abschnitt	maßgebender Rechenfall	vorh γ bzw. Wert	erf γ bzw. Grenzwert	Ausnutzung ⁶⁾
Spannung PE-HD-Ummantelung (Zug)	9.2	Kurzzeit h = 4,0 m Kämpfer	18,42	2,5	14%
Spannung Stahl-Mediumrohr (Druck)	9.2	Langzeit h = 4,0 m Kämpfer	5,69	1,5	26 %
Dehnung	9.2	-	-	-	-
Tragfähigkeit	9.3	-	-	-	-
Verformung	9.4	Langzeit h = 4,0 m	0,171 %	6 %	2,9 %
Stabilität	9.5	Langzeit h = 4,0 m	119	2,0	2 %

⁶⁾ Ausnutzung = erf γ / vorh γ , beim Verformungsnachweis δ_v / zul δ_v

Alle zu führenden Nachweise sind in allen Rechenfällen erfüllt. Maßgebend ist durchgehend die größte Einbautiefe von 4,0m. Für das Stahl-Mediumrohr ist der Langzeitnachweis maßgebend, für die PE-HD-Ummantelung der Kurzzeitnachweis.

Die Auswertung der gesamten Berechnung erfolgt in Kapitel 7.

7. Auswertung

Die Berechnung liefert für sechs Rechenfälle vollständige Ergebnisse. In diesem Kapitel werden sie miteinander verglichen und auf die in 1.3 bezogenen Leitfragen bezogen. Betrachtet werden nacheinander der Einfluss der Einbautiefe, der Einfluss der Kurzzeit- und Langzeitbetrachtung, die Bedeutung der Verbundwirkung und die Ausnutzung der geführten Nachweise. Abschließend werden die Grenzen des verwendeten Modells benannt.

7.1 Einfluss der Einbautiefe

Die drei betrachteten Einbautiefen unterscheiden sich nicht nur in Größe der Belastung, sondern vor allem in deren Zusammensetzung. Bei h = 1,0 m beträgt das Verhältnis von Verkehrs- zu Erdlast 2,86, bei h = 2,0 m nur noch 0,74 und bei h = 4,0 m schließlich 0,18. Aus einer verkehrslastdominierten Beanspruchung wird damit über die betrachtete Spanne eine erdlastdominierte.

Diese Verschiebung hat eine unmittelbare Folge für die vertikale Gesamtlast. Im Langzeitnachweis steigt q_v von h = 1,0 m auf h = 2,0 m von 89,86 auf 93,10 kN/m². Die Verdopplung der Überdeckung bringt hier fast keine zusätzliche Belastung. Der Anstieg der Erdlast von 20 auf 40 kN/m² wird dabei durch den gleichzeitigen Rückgang der Verkehrslast von 57,3 auf 29,78 kN/m² nahezu ausgeglichen. Erst von h = 2,0 m auf h = 4,0 m steigt q_v um etwa 50% auf 141,55 kN/m², weil die Verkehrslast dort nur noch einen kleinen Anteil ausmacht und die Erdlast mit zunehmender Überdeckung weiter ansteigt.

Die Einbautiefe wirkt darüber hinaus auf die Rohrsteifigkeit selbst. Da die gewichtete Rohrsteifigkeit nach Gleichung (6.10d) mit den Lastanteilen p_E und p_V gebildet wird und der Anteil der kurzzeitig wirkenden Verkehrslast mit der Tiefe abnimmt, sinkt $\bar{S}_0$ im Langzeitnachweis von 1,296 über 0,967 auf 0,685 N/mm². Dasselbe Rohr besitzt damit in unterschiedlichen Einbautiefen unterschiedliche Steifigkeiten.

Daraus ergibt sich ein wesentliches Ergebnis der Berechnung, dass sich das Tragverhalten beim Langzeitnachweis mit zunehmender Einbautiefe verändert. Bei $h = 1,0$ m liegt die Systemsteifigkeit $V_{RB} = 1,080$ oberhalb der Grenze und das Rohr ist biegesteif, bei $h = 2,0$ m und $h = 4,0$ m liegt sie mit 0,806 und 0,571 darunter und das Rohr ist biegeweich. Die Einbautiefe entscheidet damit nicht nur über die Größe der Beanspruchung, sondern auch den Nachweisweg. Der Übergang von biegesteif zu biegeweich liegt somit zwischen 1,0 m und 2,0 m Überdeckung. Der Rechenfall bei $h = 1,0$ m liegt so knapp zur Grenze, sodass er in Kapitel 6.6 zusätzlich als biegeweiches Rohr nachgewiesen wurde.

Die Schnittgrößen, Spannungen und Verformungen erreichen in allen Rechenfällen ihre Höchstwerte bei $h = 4,0$ m. Für die Bemessung ist damit die größte Einbautiefe maßgebend, obwohl der Zusammenhang zwischen Überdeckung und Beanspruchung nicht linear ist.

Abbildung 9 fasst den Einfluss der Einbautiefe zusammen. Neben den drei Rechenfällen sind die Verläufe für den gesamten untersuchten Bereich von $h = 1,0$ m bis $h = 4,0$ m dargestellt, die nach demselben Rechenweg wie in Kapitel 6 ermittelt wurden. Erd- und Verkehrslast sind bei etwa 1,69 m gleich groß. Die vertikale Gesamtlast im Kurzzeitnachweis erreicht bei etwa $h = 1,20$ m ihr Minimum von rund 86,6 kN/m² und steigt erst danach deutlich an. Die geringste Einbautiefe ist damit nicht die ungünstigste.

Im Langzeitnachweis erreicht die Systemsteifigkeit bei etwa $h = 1,22$ m den Grenzwert von $V_{RB} = 1$. Ab dieser Einbautiefe gilt der Rechenweg für biegeweichere Rohre, der Konzentrationsfaktor λ_R wird abgemindert und die Gesamtlast fällt um rund 4 kN/m² ab. Dieser Sprung ist eine rechnerische Folge der Fallunterscheidung bei $V_{RB} = 1$ im Arbeitsblatt.

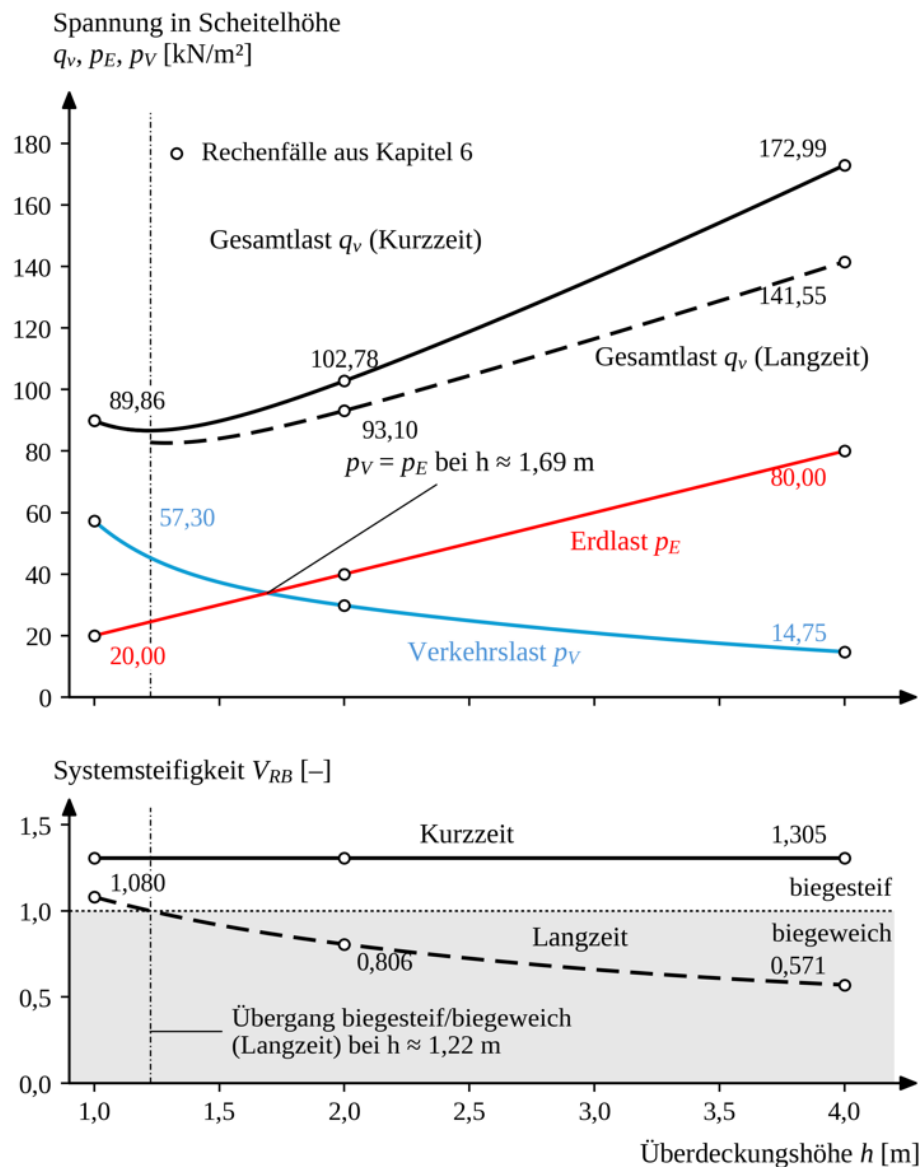


Abbildung 9: Vertikale Bodenspannungen in Scheitelhöhe (oben) und Systemsteifigkeit V_{RB} (unten) in Abhängigkeit der Überdeckungshöhe, starrer Verbund (eigene Darstellung)

7.2 Einfluss der Kurzzeit- und Langzeitbetrachtung

Bei $h = 1,0$ m liefern Kurzzeit- und Langzeitnachweis identische Ergebnisse, da das Rohr in beiden Zeitzuständen biegesteif ist und damit dieselbe Lastaufteilung vorliegt. Bei den beiden größeren Einbautiefen trennen sich die Rechenwege.

Auf der Lastseite ist der Langzeitnachweis der günstigere Fall. Die vertikale Gesamtlast liegt bei $h = 2,0$ m mit $93,10 \text{ kN/m}^2$ und bei $h = 4,0$ m mit $141,55 \text{ kN/m}^2$ unter den Kurzzeitwerten von $102,78$ und $172,99 \text{ kN/m}^2$ (vgl. Tabelle 9). Der Grund liegt im Tragverhalten des weicher gewordenen Rohres. Der Konzentrationsfaktor sinkt bei $h = 4,0$ m von $1,978$ auf $1,585$, das Rohr zieht also weniger Last an sich und gibt mehr an den Boden ab. Hinzu kommt, dass im biegeweichen Zustand der Bettungsreaktionsdruck wirksam wird, der bei $h = 4,0$ m mit $16,35 \text{ kN/m}^2$ das Biegemoment an Scheitel und Sohle zusätzlich verringert. Das Biegemoment an der Sohle geht dadurch von $240,83$ auf $174,49 \text{ Nmm/mm}$ zurück (vgl. Tabelle 13).

Auf der Widerstandsseite kehrt sich das Bild um. Betrachtet man die Spannungen des homogenen Ersatzrohres, so ist der Kurzzeitzustand maßgebend, da die Querschnittswerte zeitunabhängig sind und sich somit ausschließlich die geringeren Schnittgrößen auf die Spannungen auswirken. Betrachtet man dagegen die werkstoffbezogenen Spannungen, ist der Langzeitzustand maßgebend. Die Zugspannung im Stahl-Mediumrohr an der Sohle steigt bei $h = 4,0 \text{ m}$ von 20,23 auf 41,95 N/mm² und damit auf mehr als das Doppelte, obwohl das Biegemoment zurückgegangen ist (vgl. Tabelle 20).

Die Ursache liegt in den ideellen Querschnittswerten. Sinkt der Elastizitätsmodul der PE-HD-Ummantelung unter Dauerlast von 800 auf 160 N/mm². Während das auf den Stahl bezogene Widerstandsmoment von 13,84 auf 4,90 mm³/mm fällt, steigt das auf die Ummantelung bezogene Widerstandsmoment von 159,25 auf 264,53 mm³/mm (vgl. Kapitel 6.6.1). Durch das Kriechen der Ummantelung nimmt deren Anteil an der Beanspruchung ab, während sich die Beanspruchung zunehmend auf das zeitunabhängige Stahl-Mediumrohr verlagert. Entsprechend sinkt die Spannung in der Ummantelung an der Sohle von 1,21 auf 0,53 N/mm².

Diese Umlagerung ist das wesentliche Ergebnis der werkstoffbezogenen Auswertung. Sichtbar wird sie erst dadurch, dass der Spannungsnachweis am realen Querschnitt und nicht am Ersatzrohr geführt wird. Am Ersatzrohr allein betrachtet erscheint der Langzeitzustand als der günstigere, am realen Querschnitt ist er für den maßgebende Werkstoff der ungünstigere.

Auch die Randfaserdehnungen des Ersatzrohres folgen diesem Bild. Sie steigen von maximal 0,16 % im Kurzzeit- auf 0,35 % im Langzeitzustand (vgl. Tabelle 15). Ursache dafür ist der Rückgang des Ersatz- Elastizitätsmoduls von 678,8 auf 226,1 N/mm² (vgl. Tabelle 6). Die höheren Dehnungen zeigen damit ebenfalls den Einfluss der im Langzeitzustand geringeren Steifigkeit des Querschnitts.

7.3 Einordnung der Verbundwirkung

Die Annahme zur Verbundwirkung beeinflusst die gesamte weitere Berechnung und zeigt sich insbesondere an drei Stellen.

Zunächst an der Größe der Steifigkeit. Im Kurzzeitzustand steigt die äquivalente Biegesteifigkeit vom Grenzfall ohne Verbundwirkung mit 846.098 Nmm²/mm auf 5.669.640 Nmm²/mm bei starrem Verbund und damit um den Faktor 6,7 (vgl. Tabelle 2 und Tabelle 3). Im Langzeitzustand fällt die Spanne mit dem Faktor 2,2 deutlich kleiner aus, da die Ummantelung als Deckschicht dort weicher geworden ist und weniger zur Verbundwirkung beitragen kann.

Weiterhin zeigt sich der Einfluss der Verbundannahme bei der Verteilung der Biegesteifigkeit auf die einzelnen Schichten. Ohne Verbundwirkung entfallen 96,5 % der Biegesteifigkeit auf das Stahl-Mediumrohr (vgl. Tabelle 2). Das Rohr verhält sich rechnerisch also wie ein Trägerrohrsystem. Bei starrem Verbund entfallen im Kurzzeitzustand dagegen 83,1% auf die PE-HD-Ummantelung (vgl. Tabelle 3), obwohl deren Elastizitätsmodul um mehr als zwei Zehnerpotenzen kleiner ist. Der Grund dafür ist der Steiner-Anteil. Die Ummantelung liegt mit einem Hebelarm von 42,9 mm weiter von der ideellen Biegeachse entfernt, während das Stahl-Mediumrohr mit 0,151 mm nahezu auf ihr liegt (vgl. Kapitel 5.4). Insgesamt stammen 85,1 %

der Biegesteifigkeit aus den Steiner-Anteilen und nur 14,9 % aus den Eigenbiegesteifigkeiten der Schichten. Die Verbundannahme entscheidet damit nicht nur über die Größe der Steifigkeit, sondern auch darüber, welche Schicht das Ringverhalten bestimmt.

Ein weiterer Unterschied ergibt sich beim Zeitverhalten. Ohne Verbundwirkung ist der Querschnitt praktisch zeitunabhängig. Zwischen Kurzzeit- und Langzeitwert liegen nur 0,2 %, da die Steifigkeit fast vollständig vom Stahl bestimmt wird. Beim starren Verbund beträgt der Unterschied dagegen den Faktor 3,0. Die Zeitabhängigkeit des Verbundrohrs entsteht somit erst durch die Verbundwirkung, da die PE-HD-Ummantelung dadurch einen größeren Anteil am Lastabtrag übernimmt.

Auch die zu bestimmenden Nachweise hängen von der Verbundannahme ab. Im Grenzfall ohne Verbundwirkung liegt die Systemsteifigkeit mit 0,195 und 0,194 weit unterhalb der Grenze (vgl. Tabelle 7), das Rohr wäre in allen Rechenfällen biegeweich. Mit starrem Verbund ist es im Kurzzeitzustand biegesteif und im Langzeitzustand je nach Einbautiefe biegesteif oder biegeweich (vgl. Tabelle 9).

Abbildung 10 stellt die äquivalenten Biegesteifigkeiten der beiden Grenzfälle für Kurz- und Langzeitbelastung gegenüber und teilt sie in die Eigenbiegesteifigkeit und den Steiner-Anteil der einzelnen Schichten auf. Ohne Verbund besteht die Biegesteifigkeit fast vollständig aus der Eigenbiegesteifigkeit des Stahl-Mediumrohrs. Bei starrem Verbund wird sie dagegen vom Steiner-Anteil der PE-HD-Ummantelung bestimmt, der unter Langzeitbelastung mit dem Elastizitätsmodul auf ein Fünftel zurückgeht. Nur im Kurzzeitzustand mit starrem Verbund liegt die Systemsteifigkeit oberhalb der Grenze $V_{RB} = 1$.

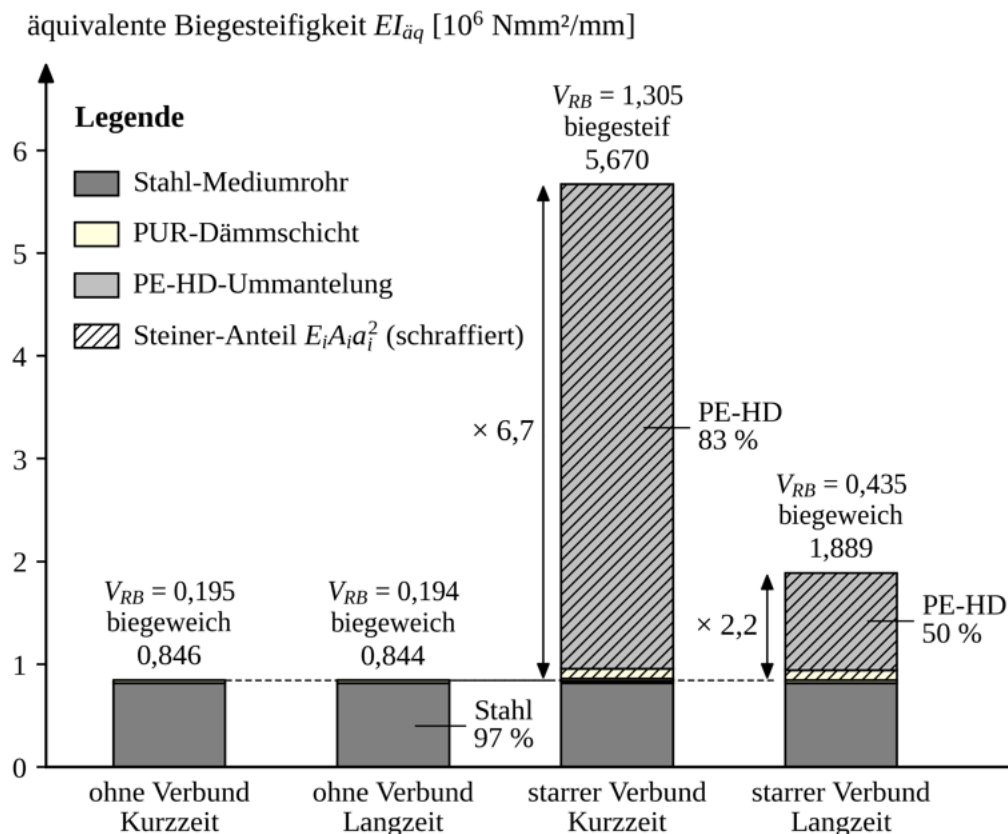


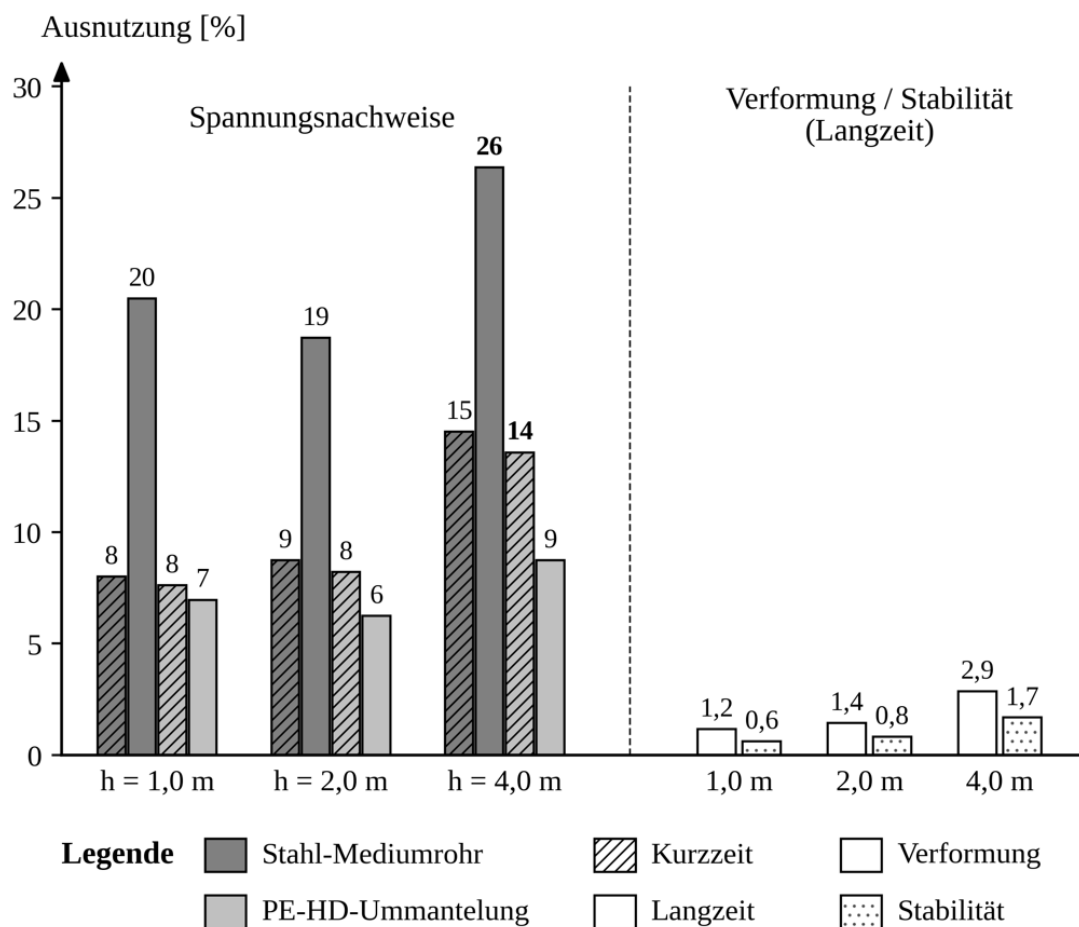
Abbildung 10: Äquivalente Biegesteifigkeit $EI_{\bar{a}q}$ der Grenzfälle, aufgeteilt nach Schichten in Eigenbiegesteifigkeit und Steiner-Anteil, mit Systemsteifigkeit V_{RB} nach Tabelle 7 (eigene Darstellung)

7.4 Bewertung der Nachweise

Alle zu führenden Nachweise sind in allen Rechenfällen erfüllt. Aussagekräftiger als das Ergebnis selbst ist die Ausnutzung der einzelnen Nachweise.

Maßgebend ist der Spannungsnachweis des Stahl-Mediumrohrs, und zwar für die Druckspannung am Kämpfer im Langzeitzustand bei $h = 4,0$ m. Der vorhandene Sicherheitsbeiwert beträgt dort 5,69 gegenüber einem erforderlichen Wert von 1,5, was einer Ausnutzung von rund 26% entspricht. Für die PE-HD-Ummantelung ist der kleinste Sicherheitsbeiwert 18,42 gegenüber 2,5 und damit eine Ausnutzung von rund 14 % (vgl. Tabelle 21). Der Verformungsnachweis erreicht mit 0,17 % gegenüber zulässigen 6 % eine Ausnutzung von rund 3 % (vgl. Tabelle 22), der Stabilitätsnachweis eine Ausnutzung von rund 2% (vgl. Tabelle 24).

Abbildung 11 zeigt die Ausnutzung aller geführten Nachweise für die drei Einbautiefen. Für das Stahl-Mediumrohr liegt die Ausnutzung im Langzeitzustand in jeder Einbautiefe deutlich über der im Kurzzeitzustand, für die PE-HD-Ummantelung ist es umgekehrt. Beim Stahl-Mediumrohr ist die Ausnutzung im Langzeitzustand bei $h = 1,0$ m mit rund 20 % größer als bei $h = 2,0$ m mit rund 19 %, da das Rohr bei $h = 1,0$ m noch als biegesteif gerechnet wird.



$$\text{Ausnutzung} = \text{erf } \gamma / \text{vorh } \gamma \text{ bzw. } \delta_v / \text{zul } \delta_v$$

Abbildung 11: Ausnutzung der Nachweise in Abhängigkeit der Einbautiefe und des Zeitzustands, starrer Verbund (eigene Darstellung)

Die Reihenfolge dieser Werte ist das eigentlich Interessante. Bei erdverlegten Kunststoffrohren ist üblicherweise der Verformungsnachweis maßgebend, weil die Verformung mit sinkender Rohrsteifigkeit zunimmt. Hier ist der am geringsten ausgenutzte Nachweis. Durch die Verbundwirkung und die große Wanddicke weist das Verbundrohr eine hohe Steifigkeit auf, sodass die maximale Verformung mit 0,17 % deutlich unter dem zulässigen Grenzwert liegt. Auch der Stabilitätsnachweis ist mit Sicherheiten zwischen 119 und 328 ohne praktische Bedeutung (vgl. Tabelle 24), da die Beullast nach Gleichung (9.06b) proportional zur Rohrsteifigkeit wächst.

Für die PE-HD-Ummantelung ist der Kurzzeitzustand maßgebend, für das Stahl-Mediumrohr der Langzeitzustand. Da für beide Werkstoffe jeweils unterschiedliche Zeitzustände maßgebend sind, ist die getrennte Betrachtung des Kurzzeit- und Langzeitzustands erforderlich.

7.5 Grenzen des Modells

Die Berechnung beruht an mehreren Stellen auf Annahmen, die das Ergebnis beeinflussen. Sie werden im Folgenden benannt.

Die Verbundwirkung konnte nicht genau bestimmt werden. Das reale Verhalten liegt zwischen den beiden Grenzfällen und die Hauptrechnung wurde mit dem starren Verbund durchgeführt. Für die Spannungen ist das die sichere Annahme, weil ein steiferes Rohr einen größeren Konzentrationsfaktor und damit eine größere Belastung erhält. Für den Verformungs- und den Stabilitätsnachweis ist es umgekehrt, denn dort hilft eine hohe Steifigkeit. Beide Nachweise sind allerdings nur zu 3 % und 2 % ausgenutzt, sodass sich daran auch mit einer kleineren Steifigkeit kaum etwas ändern würde.

Der Bezugsradius musste festgelegt werden. Das Arbeitsblatt bezieht die Rohrsteifigkeit auf den Radius der Wandschwerachse. Beim Verbundrohr liegen die geometrische Wandmitte und die ideelle Biegeachse aber nicht an derselben Stelle, nämlich bei 23,225 mm gegenüber 1,951 mm beziehungsweise 1,835 mm (vgl. Kapitel 5.4). Gewählt wurde die geometrische Mitte, weil sie nicht vom Zeitbezug abhängt. Mit der ideellen Biegeachse wäre die Rohrsteifigkeit im Kurzzeitfall um den Faktor 2,65 größer, da der Radius in dritter Potenz eingeht (vgl. Kapitel 5.6). Das ist die größte einzelne Unsicherheit der Berechnung.

Das Ersatzrohr gibt nur die Biegesteifigkeit wieder. Seine Nulllinie liegt in der Wandmitte bei 23,225 mm, während die ideelle Biegeachse des Verbundquerschnitts dicht am Stahl-Mediumrohr liegt (vgl. Tabelle 6 und Kapitel 5.4). Wie sich die Dehnsteifigkeit über die Wanddicke verteilt, bildet das Ersatzrohr nicht ab. Aus diesem Grund wurde der Spannungsnachweis am realen Querschnitt geführt (vgl. Kapitel 3.6.2).

Die Ringstatik gilt für dünnwandige Querschnitte. Beim betrachteten Verbundrohr beträgt das Verhältnis von Wanddicke zu Außendurchmesser 23,2 %, sodass diese Voraussetzung nur näherungsweise erfüllt ist. Im Arbeitsblatt wird außerdem darauf hingewiesen, dass die Krümmungsbeiwerte nach (8.14a, b) nur näherungsweise gelten (vgl. Kapitel 3.6.3).

Der Grenzfall ohne Verbundwirkung wurde nicht durchgerechnet, da dieser kein reales Kunststoffmantelrohr beschreibt (vgl. Kapitel 5.5.). Er dient Kapitel 5 dazu, die Steifigkeit nach unten einzugrenzen.

8. Fazit und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, für ein dreischichtiges Kunststoffmantelrohr eine äquivalente Steifigkeit herzuleiten, mit der sich der Querschnitt im Verfahren nach ATV-DVWK-A 127, wie ein homogenes Rohr behandeln lässt. Auf dieser Grundlage wurde anschließend das Trag- und Verformungsverhalten des Rohres untersucht.

Für den Verbundquerschnitt wird daher anstelle des Produkts $E_R \times I$ eine äquivalente Biegesteifigkeit verwendet. Mit dieser Ersatzgröße kann der weitere Berechnungsablauf bis zur Ermittlung der Schnittgrößen unverändert durchgeführt werden. Für den anschließenden Spannungsnachweis kann der homogenisierte Ersatzquerschnitt dagegen nicht verwendet werden, da ihm kein einheitlicher Wert der Festigkeit zugeordnet werden kann. Daher wird für diesen Nachweis wieder auf die einzelnen Werkstoffe des realen Querschnitts zurückgegangen. Diese Trennung stellt ein methodisches Ergebnis der Arbeit dar.

Das rechnerische Ergebnis lautet, dass das untersuchte Kunststoffmantelrohr DN 100 in allen betrachteten Einbautiefen und Zeitzuständen sämtliche Nachweise deutlich erfüllt. Maßgebend ist die Druckspannung im Langzeitzustand bei 4,0 m Überdeckung mit einer Ausnutzung von rund 26 % (vgl. Tabelle 21). Der Verformungs- und der Stabilitätsnachweis sind mit rund 3 % und 2 % ohne Bedeutung.

Auf die in Kapitel 1.3 gestellten Leitfragen lässt sich damit wie folgt antworten.

Die Steifigkeit des Verbundrohrs lässt sich über eine äquivalente Biegesteifigkeit, die aus den Eigenbiegesteifigkeiten der Schichten und ihren Steiner-Anteilen gebildet wird, abbilden. Aus ihr folgen die Rohrsteifigkeit nach Gleichung (6.10a) und die Querschnittswerte eines homogenen Ersatzrohres. Das Verfahren bleibt damit vollständig anwendbar.

Die Annahme zur Verbundwirkung hat einen wesentlichen Einfluss auf die gesamte Berechnung. Sie verändert die Biegesteifigkeit im Kurzzeitzustand um den Faktor 6,7 und verschiebt zugleich den Lastabtrag. Ohne Verbund trägt das Stahl-Mediumrohr 96,5 % der Biegesteifigkeit, bei starrem Verbund trägt die PE-HD-Ummantelung 83,1 %. Damit entscheidet sie auch darüber, ob sich das Rohr biegesteif oder biegeweich verhält.

Die Beanspruchungen wachsen mit der Einbautiefe, aber nicht gleichmäßig. Zwischen 1,0 m und 2,0 m ändert sich die vertikale Gesamtlast kaum, weil der Zuwachs der Erdlast durch den Rückgang der Verkehrslast fast aufgehoben wird. Erst darüber steigt die Beanspruchung deutlich an. Zugleich sinkt die lastanteilig gewichtete Rohrsteifigkeit mit der Tiefe, sodass das Tragverhalten zwischen 1,0 m und 2,0 m von biegesteif zu biegeweich wechselt.

Kurz- und Langzeitzustand sind für unterschiedliche Werkstoffe maßgebend. Für die PE-HD-Ummantelung ist der Kurzzeitzustand kritisch, für das Stahl-Mediumrohr der Langzeitzustand. Der Grund ist die Umlagerung im Querschnitt. Sinkt der Elastizitätsmodul der Ummantelung unter Dauerlast auf ein Fünftel (von 800 N/mm² auf 160 N/mm²), verlagert sich die Beanspruchung auf das zeitunabhängige Stahl-Mediumrohr.

Für weiterführende Arbeiten ergeben sich zwei Ansatzpunkte. Der erste betrifft die Verbundwirkung. Mit gemessenen Schubkennwerten des PUR-Hartschaums quer zur

Rohrachse ließe sich der Teilverbund quantifizieren und die Spanne zwischen Teilverbund und starrem Verbund schließen (vgl. Kapitel 5.5). Der zweite betrifft den Bezugsradius, dessen Festlegung beim Verbundquerschnitt nicht eindeutig ist und damit die größte Unsicherheit der Berechnung darstellt. Beides ließe sich an einem Rechenmodell überprüfen, das die Schubverformung der Kernschicht unmittelbar abbildet und damit ohne die Eingrenzung über zwei Grenzfälle auskommt.

Literaturverzeichnis

- Achmus, M. & Weidlich, I. (2016). Aufsatz: Interaktion zwischen Fernwärmeleitungen und dem umgebenden Boden. *Bautechnik* 93 (Heft 9). Ernst & Sohn.
- Albert, A. (Hrsg.) (2020). *Schneider – Bautabellen für Ingenieure: mit Berechnungshinweisen und Beispielen* (24. Aufl.). Reguvis.
- Doyle, L., Weidlich, I., & Illguth, M. (2019). Anisotropy in polyurethane pre-insulated pipes. *Polymers*, 11(12), 2074. <https://doi.org/10.3390/polym11122074>
- Gibson, L. J., & Ashby, M. F. (1997). *Cellular solids: Structure and properties* (2. Aufl.). Cambridge Solid State Science Series.
- Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., & Wall, W.A. (2024). *Technische Mechanik 2: Elastostatik* (15. Aufl.). Springer Vieweg.
- Günthert, F. W., Faltermaier, S., & Weidlich, I. (2023). Erdverlegung von Rohrleitungen. In H. – B. Horlacher & U. Helbig (Hrsg.), *Rohrleitungen 2: Einsatz, Verlegung, Berechnung, Rehabilitation* (3. Aufl., S. 311-345). Springer Vieweg.
- Helbig, U. (2024). Mehrschicht- und Verbundkonstruktionen. In H.–B. Horlacher & U. Helbig (Hrsg.), *Rohrleitungen 1: Grundlagen, Rohrwerkstoffe, Rohrherstellung, Komponenten* (3. Aufl., S. 525-532). Springer Vieweg.
- Kiesselbach, G. (2023). Rohrstatistische Berechnung von Rohrleitungen. In H. – B. Horlacher & U. Helbig (Hrsg.), *Rohrleitungen 2: Einsatz, Verlegung, Berechnung, Rehabilitation* (3. Aufl., S. 807-904). Springer Vieweg.
- Konstantin, P., & Konstantin, M. (2024). *Praxisbuch der Fernwärme- und Fernkälteversorgung: Systeme, Netzaufbauvarianten, Kraft-Wärme- und Kraft-Wärme-Kälte-Kopplung, Kostenstrukturen und Preisbildung* (3. Aufl.). Springer Vieweg.
- Stamm, K., & Witte, H. (1974). *Sandwichkonstruktionen: Berechnung, Fertigung, Ausführung* (Ingenieurbauten 3 – Theorie und Praxis, hrsg. von K. Sattler & P. Stein). Springer-Verlag.
- Weidlich, I. (2024). Mantelrohrsysteme in der Wärmeverteilung. In H.–B. Horlacher & U. Helbig (Hrsg.), *Rohrleitungen 1: Grundlagen, Rohrwerkstoffe, Rohrherstellung, Komponenten* (3. Aufl., S. 533-552). Springer Vieweg.
- Von Soos, P., & Engel, J. (2017). Eigenschaften von Boden und Fels – ihre Ermittlung im Labor. In K. J. Witt (Hrsg.), *Grundbau-Taschenbuch, Teil 1: Geotechnische Grundlagen* (8. Aufl. S. 139-242). Ernst & Sohn.

Normen und Regelwerke

- ATV-DVWK-A 127 (2020). *Statische Berechnung von Abwasserkanälen und -leitungen* (5. Aufl., korrigierte Fassung, Stand Oktober 2020). DWA.
- DIN EN 13941-1:2022-06. *Fernwärmerohre – Auslegung und Installation von gedämmten Einzel- und Doppelrohr-Verbundsystemen für direkt erdverlegte Fernwärmenetze – Teil 1: Auslegung*; Deutsche Fassung EN 13941-1:2019+A1:2021. Beuth.
- DIN EN 253:2024-10. *Fernwärmerohre- Einzelrohr- Verbundsysteme für direkt erdverlegte Fernwärmenetze- Werkmäßig, bestehend aus Stahl- Mediumrohr, einer Wärmedämmung aus Polyurethan und einer Ummantelung aus Polyethylen*; Deutsche Fassung EN 253: 2019+A1:2023. Beuth.

DWA-A 127-10:2020-09. *Statische Berechnung von Entwässerungsanlagen – Teil 10: Werkstoffkennwerte*. DWA.

E DIN EN 1994-1-1:2024-03, *Eurocode 4 – Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau; Deutsche und Englische Fassung prEN 1994-1-1:2024*. Beuth.

Softwareverzeichnis

Microsoft Excel

Microsoft PowerPoint

Microsoft Word

PDF-XChange Editor

Erklärung zur Nutzung von ChatGPT und vergleichbaren KI-Anwendungen

Hiermit erkläre ich, Berk Tölle/6084420

In der hier vorliegenden Arbeit habe ich ChatGPT oder eine andere KI wie folgt genutzt:

- ☐ gar nicht
- ☐ bei der Ideenfindung
- ☐ bei der Erstellung der Gliederung
- ☐ zum Erstellen einzelner Passagen, insgesamt im Umfang von ...% am gesamten Text
- ☐ zur Entwicklung von Software-Quelltexten
- ☐ zur Optimierung oder Umstrukturierung von Software-Quelltexten
- ☒ zum Korrekturlesen oder Optimieren
- ☐ Weiteres, nämlich: ...

Ich versichere, alle Nutzungen vollständig angegeben zu haben. Fehlende oder fehlerhafte Angaben werden als Täuschungsversuch gewertet.

Hamburg, den 31.08.2026